PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 3. 1. Februar 1909. Redaktionsschluß für No. 4 am 8. Februar 1909. 10. Jahrgang.

INHALT.

Originalmitteilungen:

O. Hahn, Über eine neue Erscheinung bei der Aktivierung mit Aktinium. S. 81.

R. W. Wood, Die vollständige Balmersche Serie im Spektrum des Natriums. S. 88.

R. Pohl, Bemerkung zur Arbeit des Herrn Fürstenau über $\frac{e}{m}$ im Hg-Dampfmolekül. — S. 90.

E. Meyer, Über eine neue Wirkung des elektrischen Stromes. S. 90.

M. Reinganum, Magnetische Astasierung von Drehspulengalvanometern. S. 91.

J. Rautenkrantz, Beiträge zur Kenntnis des Barretters. S. 93.

A. Eucken, Über die Gültigkeit des Ohmschen Gesetzes für Elektrolyte. S. 97.

J. Radakovits, Einige Grundzüge der Mechanik. S. 99.

V. Fischer, Die Lorenzsche Theorie der Kreiselräder. S. 103.

Vorträge von der 80. Naturforscherversammlung zu Köln:

H. Minkowski, Raum und Zeit. S. 104.

Besprechungen:

E. König, Kant und die Naturwissenschaft. S. 111.

A. Ladenburg, Naturwissenschaftliche Vorträge in gemeinverständlicher Darstellung. S. 111.

Svante Arrhenius, Das Werden der Welten. S. 112.

Svante Arrhenius, Die Vorstellung vom Weltgebäude im Wandel der Zeiten. (Das Werden der Welten, Neue Folge.) S. 112.

Berichtigung. S. 112.

Personalien. S. 112.

Gesuche. S. 112.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über eine neue Erscheinung bei der Aktivierung mit Aktinium.

Von Otto Hahn.

Der aktive Niederschlag des Aktiniums besteht, wie vor kurzem nachgewiesen wurde[1], aus drei schnell zerfallenden Produkten: Aktinium *A*, *B* und *C*. Von verschiedenen Seiten war indessen beim aktiven Niederschlag schon vor längerer Zeit eine sehr geringe, langsam zerfallende Restaktivität beobachtet worden, deren Natur noch nicht aufgeklärt war.

So berichten Meyer und v. Schweidler in zwei Mitteilungen[2, 3] über ein Produkt des Aktiniums, das sie beim Aktivieren mit starken Aktiniumpräparaten zu sehr geringen Beträgen erhalten hatten. Wurden die zu induzierenden Folien mehrere Monate lang der Emanation des Aktiniums ausgesetzt, so blieb eine geringe Restaktivität, nachdem der schnell zerfallende aktive Niederschlag verschwunden war. Der Betrag dieser Restaktivität schwankte innerhalb weiter Grenzen. Als ungefähres Mittel ergab sich die Stärke der Restaktivität zu etwa 1/10000 der Anfangsaktivität des aktiven Niederschlags.

Meyer und v. Schweidler verfolgten auch das Abklingen der die Restaktivität bedingenden Substanz mit Hilfe der α-Aktivität und fanden eine Periode von rund 11,8 Tagen. Auch die Substanz mit der Periode von 11,8 Tagen schien nicht ganz nach Null abzunehmen, sondern es blieb wiederum eine äußerst geringe, noch langsamer zerfallende, vielleicht sogar konstante Aktivität zurück.

Die Verfasser diskutierten die Erklärungsmöglichkeiten für ihre Beobachtungen und stellten die folgenden Möglichkeiten fest:

1. Es lagen ein oder mehrere langsam zerfallende Produkte des Aktiniums vor, etwa Aktinium *C'* oder *C* + *D*. (Aktinium *C* mit der Periode von 5,1 Minuten war damals noch nicht bekannt.)

In diesem Falle mußte die ionisierende Wirkung der α-Strahlen des neuen Aktiniumprodukts im Verhältnis zu der der anderen α-strahlenden Radioelemente aus irgendeinem Grunde äußerst gering sein und nur etwa den zehntausendsten Teil des normalen Betrages erreichen.

2. Es konnte ein Zerfallsprodukt eines noch unbekannten radioaktiven Elements sein, dessen chemische Eigenschaften mit denen des Aktiniums übereinstimmten und das in geringer Menge in dem Aktinium enthalten war. In diesem Falle rührte die Restaktivität also nicht von dem Aktinium selbst, sondern von einer Verunreinigung her.

3. Es konnte Aktinium *X* vorliegen, dessen von Godlewski zu 10,2 Tagen bestimmte Zerfallsperiode mit der Periode der hypothetischen Substanz ja ziemlich nahe zusammenfiel. Meyer und v. Schweidler gaben aber diese dritte Möglichkeit auf, nachdem sie einerseits gezeigt hatten, daß Aktinium *X* auch bei hoher Temperatur nicht verdampft und nachdem es ihnen nicht gelungen war, irgendeine Emanation oder induzierende Wirkung der fraglichen Substanz nachzuweisen.

Auch von anderer Seite wurde beim Akti-

1) O. Hahn u. L. Meitner, diese Zeitschr. **9**, 649 bis 655, 1908.

2) St. Meyer u. E. v. Schweidler, Wien. Ber. **114**, 1147—1158.

3) St. Meyer u. E. v. Schweidler, Wien. Ber. **116**, 315—322.

nium eine geringe Restaktivität beobachtet und zwar von Soddy[1]), der in Übereinstimmung mit Meyer und v. Schweidler als Periode den Wert von ungefähr 12 Tagen angab.

Erwähnen möchte ich noch eine Arbeit von Giesel[2]), deren Resultat vielleicht ebenfalls in Beziehung steht zu den obigen Befunden. Giesel gibt an, bei starken Aktiniumpräparaten eine neue, langlebige Emanation erhalten zu haben, deren Natur er indes noch nicht genau festgestellt hat.

Der großen Liebenswürdigkeit von Herrn Professor Giesel verdanke ich ein starkes Aktiniumpräparat, das mich in den Stand setzte, ebenfalls der Frage nach der Restaktivität näher zu treten. Über die Stärke und den Reinheitsgrad des Präparates wurde schon an anderer Stelle[3]) berichtet.

Die Frage, ob die erste oder die zweite der von Meyer und v. Schweidler gegebenen Erklärungsmöglichkeiten den tatsächlichen Verhältnissen entspricht, muß sich leicht entscheiden lassen. Rührt nämlich die Restaktivität von einem langsam zerfallenden Produkt des Aktiniums her, so muß man sie auch erhalten können aus dem Radioaktinium und dessen Zerfallsprodukten; bei genügender Stärke sogar aus dem Aktinium X, während Aktinium selbst, befreit von Radioaktinium bzw. Aktinium X, eine Restaktivität nicht geben darf. Bei den langen Zerfallsperioden von Radioaktinium und Aktinium X müßte man unter obigen Voraussetzungen bei genügend langer Exposition fast ebensoviel von dem in 11,8 Tagen zerfallenden Körper bekommen können, als aus dem Aktinium im Gleichgewicht mit seinen Produkten.

Trifft dagegen die zweite Erklärungsmöglichkeit von Meyer und v. Schweidler zu, rührt die Restaktivität von einer unbekannten Substanz her, deren chemische Eigenschaften mit denen des Aktiniums übereinstimmen, so muß es für die Gewinnung der Restaktivität des Aktiniums gleichgültig sein, ob dieses Radioaktinium oder Aktinium X enthält oder nicht.

Im Falle 1 muß von den verschiedensten Aktiniumpräparaten bei gleich langer Exposition und unter gleichen äußeren Bedingungen der Betrag der Restaktivität proportional sein dem aktiven Niederschlag; im Falle 2 darf sie in gar keiner Beziehung dazu stehen. Natürlich hatten alle diese Vermutungen nur Aussicht, erfolgreich geprüft zu werden, wenn die Stärke der verwendeten Präparate überhaupt hinreichte, um die Restaktivität nachweisen zu lassen. Einige orientierende Messungen zeigten, daß der aktive Niederschlag des Aktiniumpräparates so stark angesammelt werden konnte, daß sich sein Abklingen bis auf etwa $^1/_{100\,000}$ der Anfangswirkung verfolgen ließ.

Die Arbeitsweise war also nach Obigem vorgezeichnet. Es mußte versucht werden, die einzelnen Produkte des Aktiniums voneinander abzutrennen und die getrennten Anteile unter identischen Bedingungen auf Restaktivität zu untersuchen.

Bevor die Trennung ausgeführt wurde, habe ich einige Versuche gemacht, um eine langlebige Emanation im Aktinium nachzuweisen. Das Aktiniumpräparat wurde in einem verschlossenen Glasfläschchen mehrere Wochen lang aufbewahrt und dann die während der Zeit angesammelte Emanation in einem U-Rohr, das mit flüssiger Luft gefüllt war, kondensiert. Das U-Rohr wurde dann luftdicht abgeschlossen und bei gewöhnlicher Temperatur sich selbst überlassen. Nach dieser Zeit ist die durch Verunreinigung des Aktiniums mit Radium anwesende Radiumemanation bis auf wenige Prozent ihrer Anfangsstärke abgefallen; eine langlebige Emanation mußte nach dieser Zeit in größerer Konzentration vorliegen als anfangs. Es wurde nun die Emanation in ein geeichtes Elektroskop eingeblasen und das Abklingen der sehr geringen Aktivität beobachtet. Anzeichen für ein langsameres Abklingen als der Radiumemanation entsprechend, ließen sich nicht erkennen.

Von den zur Verfügung stehenden 1,4 g Substanz wurde 1 g zu der chemischen Verarbeitung verwendet. Zuerst wurde das darin enthaltene Radium abgetrennt und dann nach dem an anderer Stelle bereits beschriebenen Verfahren Radioaktinium und Aktinium X, jedes für sich getrennt, aus dem Aktinium hergestellt. Das seiner Zerfallsprodukte beraubte Aktinium lag dann vor als bröckeliges, nicht geglühtes gelbes Oxyd und machte naturgemäß die Hauptmenge des verwendeten Materials aus. Das Radioaktinium war sehr viel weniger Substanz und bestand aus einer sehr geringen Menge feinpulverigen, braunen Oxyds. Bevor das Aktinium X ausgefällt wurde, wurde seine Lösung mit einer geringen Menge Kalziumchlorid versetzt und dann das Aktinium X + dem Kalzium als Karbonat gefällt. Das verdünnte Aktinium X betrug deshalb an Gewicht mehr und war weniger feinpulverig als das Radioaktinium. Auf quantitative Reinheit im radioaktiven Sinne wurde bei der Herstellung der drei Präparate keine Rücksicht genommen, denn es ist ja klar, daß schon kurz nach ihrer Herstellung das Aktinium und das Radioaktinium beträchtliche Mengen ihrer Zerfallsprodukte enthalten, da ja die radioaktiven Prozesse auch während der Herstellung der einzelnen

1) F. Soddy, Phil. Mag. **14**, 272—295.
2) F. Giesel, Chem. Ber. **40**, 3011—3014.
3) O. Hahn u. L. Meitner, diese Zeitschr. **9**, 649 bis 655, 1908.

Produkte weitergehen. Immerhin war noch zu Beginn der Induktionsversuche das Aktinium *X* beträchtlich stärker als das Aktinium, während das Radioaktinium anfangs schwach war, nach einiger Zeit stärker wurde, um dann allmählich abzunehmen.

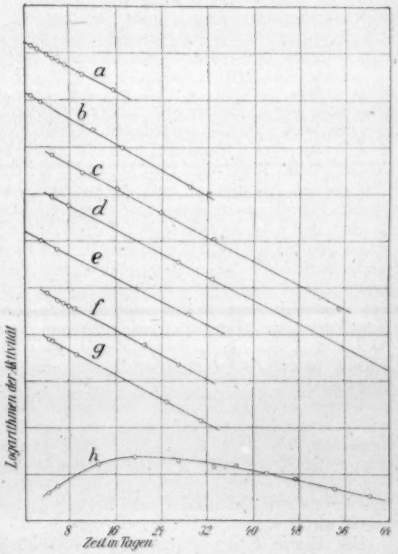
Als Induktionsgefäße dienten gleich große Messingzylinder, in die in geringer Entfernung vom Boden runde Messingscheiben isoliert eingeführt wurden, deren Entfernung vom Boden sich bequem variieren ließ. Die Substanz wurde auf den Boden der Gefäße gelegt, die Messingscheiben entweder direkt oder wie bei den späteren Versuchen mit Platin- oder Zinnfolien umkleidet und auf —220 Volt geladen.

Zunächst wurden die drei Präparate in den drei Zylindern 5 Tage lang dem Felde exponiert. Die Prüfung der induzierten Folien ergab bei allen dreien die sichere Anwesenheit einer gewissen Restaktivität, wobei die aus dem Radioaktinium bei weitem am stärksten war. Die Versuche wurden mit kürzerer Exposition wiederholt, wiederum war beim Radioaktinium die Restaktivität deutlich nachweisbar, beim Aktinium und Aktinium *X* dagegen nur äußerst schwach. Die Folien mit den Restaktivitäten wurden aufgehoben und ihr Abklingen untersucht, schon um sicher zu sein, ob nicht durch irgendwelche Zufälligkeiten die direkte Ausgangssubstanz, also etwa Radioaktinium, an die Folien herangekommen war. Zugleich wurde eine Probe des Radioaktiniums aus dem Induktionsgefäß herausgebracht und unter geeigneten Bedingungen seine Aktivitätsänderung mit der Zeit verfolgt.

Schon die ersten Versuche zeigten, daß der Betrag an Restaktivität nicht proportional war der Menge des aktiven Niederschlages, und dies hat sich in der Folge mit größter Deutlichkeit bestätigt. Nach kurzer Zeit wurde die induzierende Wirkung des Aktiniumpräparates sehr viel stärker als die des Radioaktiniums und des Aktiniums *X*. Die Restaktivität war aber beim Radioaktinium viel stärker als bei den beiden anderen. Durch mehrere Tage langes Exponieren konnte aus dem Radioaktinium ein Aktivität erhalten werden, die sich sehr leicht untersuchen ließ.

Im geschlossenen Elektroskop ließ nun diese eine deutliche Induktionswirkung erkennen. Wurde die Folie einige Stunden im Elektroskop gelassen, so war der natürliche Abfall bedeutend verschlechtert. Nach einigen Stunden wurde dann der frühere Wert für den natürlichen Abfall wieder erreicht. Schon hierdurch lag es nahe, daß die von mir gefundene Restaktivität nichts anderes als Aktinium *X* vorstellte. Diese Vermutung hat sich dann in der Folge zur Gewißheit verdichtet. Wurde eine Folie mit ziemlich starker Restaktivität dazu verwendet, den natürlichen Abfall des Elektroskops zu verschlechtern und wurde dann die allmähliche Erholung messend verfolgt, so ließ sich erkennen, daß diese Erholung ungefähr mit der Periode von Aktinium *A* stattfand; der direkte Nachweis von Aktiniumemanation aus den aktivierten Blechen wurde allerdings nicht erbracht, da die Aktivitäten hierzu zu gering waren.

Ein weiterer Beweis dafür, daß die Restaktivitäten durch nichts anderes als Aktinium *X* bedingt werden, ergibt sich aus den Zerfallsperioden. In der Figur sind eine Anzahl logarithmischer Abklingungskurven für die gefundenen Restaktivitäten aufgezeichnet. Die Kur-



ven *a* bis *e* beziehen sich auf die Restaktivität des Radioaktiniums, *f* wurde aus Aktinium *X*-haltigem Kalziumkarbonat, *g* schließlich aus dem eigentlichen Aktinium erhalten. Die angeführten Punkte geben die Logarithmen der gefundenen Werte in einem willkürlichen Maßstabe wieder. Bei einem Teil der Kurven liegen die Punkte in befriedigender Weise auf den Geraden und zeigen den exponentalen Abfall der zugrunde liegenden Substanz. Bei anderen Kurven stimmen die Punkte schlechter, weshalb auch manche von den Geraden etwas willkürlich gezogen sind.

Die folgende Tabelle gibt die bei den

einzelnen Kurven erhaltenen Zerfallsperioden wieder.

Tabelle I.

Kurve	Zerfallsperiode
a	11,4 Tage
b	11,2 „
c	11,7 „
d	12,0 „
e	12,2 „
f	11,5 „
g	11,8 „

Im Mittel 11,7 Tage

Zum Vergleich führe ich die von Meyer und v. Schweidler für die Restaktivität gefundenen Werte an:

12,3 Tage
12,4 „
10,8 „
11,8 „

Im Mittel 11,8 Tage,

also eine fast vollständige Übereinstimmung mit den jetzt von mir gefundenen Werten.

Der Wert 11,7 Tage weicht nicht unerheblich von dem früher von Godlewski[1]) für die Periode des Aktinium *X* gefundenen Wert von 10,2 Tagen ab, doch möge hier daran erinnert werden, daß ich bereits in einer früheren Arbeit[2]) für die Periode des Aktinium *X* mehr als 10,2 Tage fand, doch habe ich meinen damaligen Messungen keine besondere Bedeutung beigelegt. Zur Kontrolle wird zurzeit eine neue Abklingungskurve mit Aktinium *X* aufgenommen. Das Aktinium *X* ist die Karbonatfällung aus dem Filtrat eines Aktiniumniederschlages mittels Ammoniak.

Soweit es sich bis jetzt überblicken läßt, erfolgt auch hier die Abnahme der Aktivität langsamer, als dem Godlewskischen Werte entsprechend, so daß wir mit großer Wahrscheinlichkeit annehmen können, daß die Zerfallsperiode von Aktinium *X* nahe bei 11,7 Tagen liegen wird.

Die Kurve *k* der Figur zeigt schließlich noch den logarithmischen Verlauf des zu den obigen Versuchen verwendeten Radioaktiniumpräparates. Die Kurve hat nicht die geringste Ähnlichkeit mit dem Verlauf der Kurven für die Restaktivitäten, und man hat hierin den sicheren Beweis, daß die Restaktivität nicht etwa durch mechanisches Fortfliegen feinen radioaktiven Staubes hervorgerufen sein kann. Das Radioaktinium nahm, da es von seiner Herstellung her nicht unbeträchtliche Mengen von Aktinium enthielt, natürlich nicht nach Null ab, sondern näherte sich allmählich einem konstanten Endwert.

1) T. Godlewski, Phil. Mag. **10**, 35—45.
2) O. Hahn, diese Zeitschr. **7**, 855—864, 1906.

Ich möchte nun einige Zahlenangaben machen über die beim Aktinium, Radioaktinium und Aktinium *X* erhaltenen Beträge an Restaktivität im Verhältnis zur Anfangsstärke des aktiven Niederschlages, und weiter über die Anreicherung der Restaktivität während der Dauer der Exposition.

Die Restaktivitäten wurden alle in einem α-Strahlenelektroskop gemessen, da die Wirkung der β-Strahlen natürlich viel zu gering war. Andererseits war die Anfangsaktivität des aktiven Niederschlages kurz nach dem Herausnehmen aus dem Induktionsgefäß im allgemeinen viel zu stark, um direkt gemessen zu werden. Es wurde daher erst einige Stunden später die Messung ausgeführt und unter Verwendung der Zerfallsperiode des Aktinium *A* (36 Minuten) auf die Zeit 0 (von der Herausnahme aus dem Induktionsgefäß gerechnet) zurückextrapoliert. Bequem konnte auch so verfahren werden, daß die Aktivität des aktiven Niederschlags kurz nach der Herausnahme mit Hilfe der β-Strahlen gemessen wurde. An einem konstanten Aktiniumpräparat war ein für allemal das Verhältnis der β-Strahlenwirkung zu der Wirkung der α-Strahlen bestimmt worden, so daß man den obigen Befund für die β-Aktivität nur mit dem erhaltenen Faktor zu multiplizieren brauchte, um die entsprechende α-Aktivität zu erhalten. Die Restaktivität zur Zeit 0 wurde dadurch bestimmt, daß der nach einigen Tagen beobachtete Wert mit Hilfe der Periode 11,7 Tage auf die Zeit 0 zurückextrapoliert wurde.

In der Tabelle II gibt Kolumne 1 das verwendete Material, Kolumne 2 die Dauer der Exposition, Kolumne 3 die Anfangsaktivität zur Zeit 0, Kolumne 4 die Restaktivität zur Zeit 0 und Kolumne 5 das Verhältnis der Restaktivität zur Anfangsaktivität.

Tabelle II.

Aktinium	23 Stdn.	$0{,}73 \cdot 10^{-5}$	etwa 5	$6{,}85 \cdot 10^{-3}$
Aktinium	69 „	$1 \cdot 10^{-5}$	12,3	$12{,}3 \cdot 10^{-3}$
Aktinium	239 „	$1{,}3 \cdot 10^{-5}$	20,4	$15{,}7 \cdot 10^{-3}$
Radioaktinium	23 „	$2{,}75 \cdot 10^{-4}$	61	$2{,}2 \cdot 10^{-3}$
Radioaktinium	68 „	$2{,}9 \cdot 10^{-4}$	142	$4{,}9 \cdot 10^{-3}$
Aktinium *X*[1])	23 „	$3{,}15 \cdot 10^{-4}$	7	$2{,}2 \cdot 10^{-4}$

Die Zahlen dieser Tabelle lassen mit Deutlichkeit erkennen, daß die Restaktivität aus den drei verschiedenen Produkten bei gleicher Expositionsdauer der Menge des aktiven Niederschlages nicht proportional ist. Außerdem sieht man, daß die Restaktivität um so stärker wird, je länger man exponiert.

1) Anmerkung: Das hier verwendete Aktinium *X* hat sich beim weiteren Verlauf der Messungen als ziemlich unrein erwiesen, es enthielt eine beträchtliche Menge Aktinium. Über die Resultate mit einem reineren Aktinium *X*-Präparat siehe weiter unten.

Um diesen zweiten Punkt noch deutlicher zu illustrieren, wurde ein neues Radioaktiniumpräparat bereitet und eine Reihe von Expositionen vorgenommen, die sich nur in der Zeitdauer voneinander unterschieden. Alle sonstigen Bedingungen waren die gleichen und immer war die isoliert eingeführte Elektrode auf —220 Volt geladen.

Die Tabelle III gibt eine Auswahl der dabei erhaltenen Werte.

Tabelle III.

(Material: Radioaktinium vom 15. Juni 1908.)

	Dauer der Exposition	Datum der Messung	Anfangsaktivität	Restaktivität	$\frac{R}{A}$
1.	14 Stdn.	11. VII.	$4 \cdot 10^{-4}$	12	$3 \cdot 10^{-4}$
2.	48 „	13. VII.	$3{,}9 \cdot 10^{-4}$	29,5	$7{,}6 \cdot 10^{-4}$
3.	85 „	22. VII.	$3{,}3 \cdot 10^{-4}$	50	$15{,}1 \cdot 10^{-4}$
4.	216 „	31. VII.	$2{,}8 \cdot 10^{-4}$	77,1	$27{,}5 \cdot 10^{-4}$

Die Zahlen dieser Tabelle zeigen, daß die Anfangsaktivität des aktiven Niederschlages entsprechend dem allmählichen Zerfall des Radioaktiniums schwächer wird, die Restaktivität nimmt dagegen mit der Dauer der Exposition zu. Proportionalität dieser Zunahme ist bei längerer Exposition natürlich nicht zu erwarten, da ja das die Restaktivität bedingende Aktinium X mit seiner eigenen Periode beständig zerfällt. Man sieht, daß man durch mehrtägiges Exponieren eine Restaktivität ansammeln kann, die bis zu $^1/_4$ Proz. der Anfangsaktivität steigt, also bequem meßbare Werte erreicht.

Nachdem mit Sicherheit nachgewiesen war, daß die Restaktivität aus Aktinium X bestand, mußte man der Frage näher treten, durch welchen Umstand das Aktinium X sich an der negativen Elektrode absetzte.

Die erste, naheliegende Erklärung war eine große Flüchtigkeit dieser Substanz. In diesem Falle konnte Aktinium X bei gewöhnlicher Temperatur aus der aktiven Substanz herausdiffundieren und sich bei Temperatur- oder Druckänderungen an der direkt gegenüber befindlichen Elektrode wieder absetzen. Eine große Diffusionsgeschwindigkeit von Aktinium X hätte dann auch erklärt, warum ich gerade bei dem Radioaktinium so starke Wirkung bekam. Dieses lag ja in sehr geringer Menge als äußerst feines Pulver vor, das einer Diffusion weniger Widerstand bereitete, als die dichtere und größere Menge Aktinium und kalziumkarbonathaltiges Aktinium X.

Indessen haben schon Meyer und v. Schweidler angegeben, daß Aktinium X keine irgendwie hohe Flüchtigkeit zeigt, und diese Befunde konnte ich vollauf bestätigen. Eine Folie mit der Restaktivität wurde 2 Tage im Vakuumexsikkator bei 2 cm Druck aufgehoben, die Aktivität war nach dieser Zeit ebenso groß als sich aus der Periode des Aktinium X erwarten ließ. Eine Platinfolie mit Restakivität wurde zur dunklen, schließlich zur hellen Rotglut erhitzt, die Aktivität nahm zwar beträchtlich ab, erholte sich aber nach einigen Stunden wieder. Aktinium X war also nicht flüchtig geworden, sondern nur der aus dem Aktinium X entstandene aktive Niederschlag. Es läßt sich also die Anwesenheit von Aktinium X auf den induzierten Blechen nicht durch eine große Flüchtigkeit dieses Stoffes erklären.

Ich machte nun eine andere Arbeitshypothese, indem ich annahm, daß zwischen Radioaktinium und Aktinium X vielleicht eine strahlenlose, sehr kurzlebige Emanation einzuschalten wäre mit einer derartig kurzen Lebensdauer, daß man die Emanation selbst nicht nachweisen konnte. Mit der Wirkung einer solchen hypothetischen Emanation konnte man eine Reihe der Befunde mit großer Leichtigkeit erklären. Das als Restaktivität auftretende Aktinium X wäre dann gewissermaßen der aktive Niederschlag dieser hypothetischen Emanation und würde sich daher unter geeigneten Bedingungen an der negativen Elektrode absetzen. Außerdem konnte man damit erklären, daß gerade das Radioaktinium die stärkste Wirkung gab, denn durch das lockere, pulvrige Material konnte die kurzlebige Emanation natürlich sehr viel leichter hindurch diffundieren als aus dem dichteren Aktinium. Aus Aktinium X selbst dürfte es dann allerdings nicht gelingen, Restaktivität zu bekommen; doch hatte sich schon die Tatsache ergeben, daß das oben verwendete Aktinium X nicht rein war, sondern Aktinium enthielt, so daß man das Auftreten der Restaktivität dem Aktinium X gar nicht zuzuschreiben brauchte, sondern wiederum einer kurzlebigen, hypothetischen Emanation.

Falls tatsächlich die Erscheinung durch eine kurzlebige Emanation bedingt wurde, so mußte sich dies leicht nachweisen lassen, indem man die Emanationskraft der Präparate künstlich erhöhte.

Der zu den beschriebenen Trennungen nicht verwendete Teil des starken Aktiniumpräparates wurde in sehr dünnes Kopierpapier eingeschlagen, und durch das Präparat eine Stunde lang ein lebhafter Luftstrom geleitet. Das Präparat befand sich in einem geraden Glasrohr, an dessen Ende ein Papierdiaphragma aufgestellt war. Falls eine kurzlebige Emanation vorhanden war, so mußte sie unter diesen Umständen mit dem Luftstrom fortgerissen werden und das aus ihr entstehende Aktinium X an dem Diaphragma hängen bleiben. Die Untersuchung der Aktivität des Papierdiaphragmas ergab äußerst starken aktiven Niederschlag und nur eine äußerst geringe Spur einer Restaktivität; doch

bestand diese nicht aus Aktinium *X*, sondern war einfach eine Spur mitgerissenen Aktiniums.

Ein ähnlicher Versuch wurde bei höherer Temperatur ausgeführt. Der das Aktinium enthaltende Teil des Meßrohrs wurde auf 80° erhitzt und $1^1/_2$ Stunden lang ein starker Luftstrom durch das Präparat hindurchgesaugt. Aktinium *X* konnte an den vorgelegten Diaphragmen nicht nachgewiesen werden. Die Aktivität des aktiven Niederschlags zerfiel bis auf weniger als $^1/_{50000}$ der Anfangsaktivität.

Es war vielleicht notwendig, daß man zum Auffangen des Aktinium *X* ein negatives Feld anlegen mußte, deshalb wurde noch folgender Versuch ausgeführt.

Das Radioaktinium, das die beträchtliche Wirkung an Restaktivität ergeben hatte, wurde mit einer einfachen Schicht des sehr dünnen Kopierpapiers bedeckt, im übrigen die Exposition genau so ausgeführt wie sonst. Die Anfangsaktivität des aktiven Niederschlages war kaum schwächer als bei den früheren Versuchen. Die Restaktivität war so gering, daß sie kaum zu messen war. Das Verhältnis von Restaktivität zur Anfangsaktivität betrug z. B. in einem Falle $3{,}5 \cdot 10^{-3}$, während bei gleich langer Exposition ohne Blatt das Verhältnis $5 \cdot 10^{-4}$ war. Man erkennt, daß durch das dünne Papier das Aktinium *X* fast vollständig zurückgehalten wird.

Diese verschiedenen Versuche schließen die Möglichkeit einer kurzlebigen Emanation zwischen Radioaktinium und Aktinium aus und es mußte eine andere Erklärung gesucht werden.

Ich glaubte schon früher bemerkt zu haben, daß zur Gewinnung der Restaktivität das elektrische Feld einen erheblichen Einfluß ausübt, und habe daher jetzt einige Versuche angestellt, um einen solchen Einfluß näher zu untersuchen. Drei Versuche wurden ausgeführt, bei denen sich nichts änderte als das elektrische Feld. Im ersten Falle wurde sowohl die eingeführte Elektrode als das Induktionsgefäß geerdet, es war also überhaupt kein Feld vorhanden. Im zweiten Falle wurde die Elektrode positiv geladen; im dritten Falle wie früher negativ. Die Tabelle IV gibt die erhaltenen Resultate.

Tabelle IV.

Art der Ladung	Dauer des Versuchs	Restaktivität
ungeladen	122 Stunden	etwa 1
positiv geladen	70 „	„ 0
negativ geladen	65 „	21,5

Mit Deutlichkeit ersieht man hieraus, daß die Wirkung im negativen Felde außerordentlich viel stärker war als in den anderen Fällen. Es mußte daher eine elektrische Ladung des Aktinium *X* für dessen Transport an die negative Elektrode in Betracht kommen.

Ich ging nun auf eine Arbeit zurück, die ich in jüngster Zeit in Gemeinschaft mit Dr. Lise Meitner über die β-Strahlen des Aktiniums veröffentlicht habe[1]). Es gelang uns nachzuweisen, daß das Aktinium nicht nur ein, sondern drei β-Strahlenprodukte enthält, nämlich das Radioaktinium, Aktinium *A* und Aktinium *C*. Von diesen drei β-Strahlensubstanzen unterscheidet sich das Radioaktinium insofern von den übrigen, als seine β-Strahlung komplex zu sein scheint, indem neben ziemlich weichen β-Strahlen noch eine Art harter Strahlen emittiert wird. Wir haben in unserer Mitteilung die Frage offen gelassen, ob die harte Strahlung von β-Strahlen oder weichen γ-Strahlen herrührt, doch scheint es mir jetzt sehr wahrscheinlich, daß β-Strahlen vorliegen. Versuche im Magnetfeld sind allerdings noch nicht ausgeführt worden.

Betrachten wir nun einmal den Zerfall eines Radioaktiniumatoms etwas näher. Er besteht in der Emission von positiven α-Strahlen und von wahrscheinlich zwei Gruppen negativer Elektronen (die vielleicht auf eine komplexe Natur des Radioaktiniums hinweisen). Mit der Emission von α-Strahlen ist, wie allgemein bekannt, auch das Aussenden sogenannter δ-Strahlen verbunden. Alle diese Punkte führen zu dem Resultat, daß das aus dem Radioaktinium nach der Emission der Strahlen entstandene neue Atom positiv geladen ist. Der Zerfall eines radioaktiven Atoms geschieht bekanntlich explosionsartig, die α-Strahlen erreichen eine Geschwindigkeit bis zu $^1/_{10}$, die Elektronen nahezu volle Lichtgeschwindigkeit. Zerplatzt nun ein derartig radioaktives Atom, so wird das übrigbleibende Restatom durch das Ausschleudern der Elektronen oder mehr noch der α-Strahlen einen Rückstoß bekommen, ähnlich wie die Kanone, wenn das Geschoß den Lauf verläßt. Die Geschwindigkeit des Restatoms bestimmt sich daher nach dem Schwerpunktssatz. Man erkennt also, daß der Rückstoß, den das Aktinium *X* erfährt, wenn es bei der Explosion des Radioaktiniums entstanden ist, ein recht starker sein muß, es kann unter Umständen eine Geschwindigkeit bekommen bis zu $5 \cdot 10^7$ cm/sec. Wegen seiner großen Masse wird natürlich das Aktinium *X*-Atom diese Geschwindigkeit nicht lange beibehalten können und auch seine positive Ladung verlieren. Befindet es sich nun aber in einem negativen Felde, so wird es eine Beschleunigung erlangen und daher unter ge-

1) O. Hahn u. Lise Meitner, diese Zeitschr. **9**, 697 bis 702, 1908.

eigneten Bedingungen an die negative Elektrode fliegen.

Alle die von mir angeführten Tatsachen sprechen dafür, daß das als Restaktivität beobachtete Aktinium X durch die eben skizzierte Wirkung des Atomzerfalls an die negative Elektrode gelangt ist und ich habe, nachdem ich diese Erklärung als möglich erkannt hatte, einige Versuche angestellt, um diese Annahme noch weiter zu beweisen.

Falls die Restaktivität durch den Zerfall des Radioaktiniums bedingt wird, so darf es natürlich nicht gelingen, aus Aktinium X-Präparaten, die frei sind von Aktinium und Radioaktinium, die Restaktivität zu bekommen. Dieser Voraussetzung scheint die oben gemachte Tatsache entgegenzustehen, daß ich bei einem Aktinium X-Präparat eine, wenn auch geringe Restaktivität beobachten konnte. Es hat sich indessen gezeigt, daß das Präparat unrein war und nicht unbedeutende Mengen Aktinium enthielt. Es wurde daher ein neues Aktinium X-Präparat untersucht, das in radioaktivem Sinne fast völlig rein, also frei von seinen Muttersubstanzen war. Mit einem solchen Präparat wurden nun neue Versuche angestellt und in der Tat zeigte es sich, daß bei Verwendung des reinen Aktinium X eine Restaktivität auch bei starkem aktiven Niederschlag nicht mehr erhalten wurde.

Ein zweiter Punkt, der noch zu untersuchen war, war der, ob in Radioaktiniumpräparaten die Menge der Restaktivität abhing von dessen Gehalt an Aktinium X. Nach meiner Annahme mußte ein Aktinium X-freies Radioaktinium, also ein frisch bereitetes Präparat, die Erscheinung der Restaktivität in demselben Maße zeigen, wie ein Präparat im Gleichgewicht mit Aktinium X. Dahingehende Versuche haben dies in der Tat bestätigt. Die folgende Tabelle zeigt die Resultate einer neuen Messungsreihe. Radioaktinium wurde frisch bereitet und kurz nach seiner Herstellung exponiert.

Tabelle V.

Anfangsaktivität	Restaktivität	$\frac{R}{A}$
$7{,}25 \cdot 10^3$	32,3	$4.5 \cdot 10^3$
$13{,}7 \cdot 10^3$	33	$2{,}4 \cdot 10^3$
$23{,}2 \cdot 10^3$	32,7	$1{,}4 \cdot 10^3$

Die Tabelle zeigt deutlich, daß während der drei aufeinander folgenden Versuche die Anfangsaktivität des aktiven Niederschlages bedeutend stärker geworden ist, weil eben während dieser Zeit frisches Aktinium X gebildet wurde. Die Restaktivität dagegen wurde nicht stärker, sondern blieb innerhalb der Versuchsfehler konstant. Die Unabhängigkeit des Auftretens von Aktinium X an der Elektrode von dem Aktinium X des Ausgangsmaterials ist deshalb mit Sicherheit nachgewiesen.

Unter der Voraussetzung, daß die Ladung des Restatoms dessen Hinfliegen zur negativen Elektrode bewirkt, kann man annehmen, daß eine Verringerung der Stärke des elektrischen Feldes das Auftreten der Restaktivität stark verringern wird. Ich habe einige Versuche angestellt, um auch dies zu prüfen. Statt die Spannung der Elektrode zu verringern, habe ich den Abstand der Elektrode von dem aktiven Material vergrößert. Tabelle VI gibt einige der gefundenen Zahlen wieder, aus denen man die Änderung der Restaktivität mit dem Abstand des Feldes ersehen kann.

Tabelle VI.

Abstand	Anfangsaktivität	Restaktivität
2 mm	$9{,}5 \cdot 10^3$	34,2
12 „	$9{,}5 \cdot 10^3$	17,8
22 „	$7{,}2 \cdot 10^3$	3,1

Während also die induzierende Wirkung bei 22 mm Entfernung nur etwa 25 Proz. geringer ist als beim nahen Abstand, sinkt die Restaktivität auf weniger als $^1/_{10}$ des Anfangswertes zurück. Entweder genügt hier das Feld nicht mehr, um den Restatomen ihre Beschleunigung bis zur Elektrode zu erteilen oder aber, was in der Wirkung dasselbe ist, die positiv geladenen Restatome verlieren auf dem weiten Weg, den sie zurückzulegen haben, ihre Ladung und bleiben in dem Feld natürlich unbeeinflußt. Es muß natürlich gelingen, im Vakuum das Restatom auf sehr viel weitere Entfernungen zu transportieren als bei den oben geschilderten Versuchen, die alle bei Atmosphärendruck ausgeführt worden sind.

Eine Beobachtung möchte ich nicht unerwähnt lassen, für die ich eine Erklärung vorläufig nicht habe finden können. Wird der Induktionszylinder mit dem Radioaktinium auf höhere Temperatur gebracht, so wird das Auftreten der Restaktivität sehr stark verringert. Erwärmen auf 90° hat zur Folge, daß die Restaktivität weniger als $^1/_{10}$ des Wertes ausmacht, der unter sonst gleichen Bedingungen bei gewöhnlicher Temperatur erhalten wurde. Selbst Erwärmen auf nur 70° verringert das Auftreten der Restaktivität ganz bedeutend; Abkühlen unter den Nullpunkt scheint eine wesentliche Beeinflussung der Wirkung nicht auszuüben.

Ich glaube indes, daß diese Beeinflussungen durch Temperaturerhöhung nur auf einer sekundären Wirkung, etwa einer Veränderung der Oberfläche des Materials beruhen und für die Erklärung der Tatsachen von keinem besonderen

Einfluß sind. Weitere Versuche in dieser Richtung werden wohl darüber Aufschluß geben.

Ergebnisse der vorliegenden Arbeit.

1. Unter geeigneten Bedingungen erhält man beim Aktivieren mit Aktiniumpräparaten an der negativen Elektrode außer dem aktiven Niederschlag eine geringe Restaktivität, deren Menge sehr wesentlich von äußeren Bedingungen abhängt, die aber bei Verwendung eines negativen elektrischen Feldes bis zu $^1/_4$ Proz. der Anfangsaktivität beträgt.

2. Die Untersuchung der die Restaktivität bedingenden Substanz ergab, daß sie Aktinium X vorstellt.

3. Das Auftreten von Aktinium X an der negativen Elektrode wird nicht bedingt durch einen hohen Dampfdruck dieser Substanz.

4. Es wird nicht bedingt durch eine hypothetische kurzlebige Emanation zwischen Radioaktinium und Aktinium X.

5. Es hat sich vielmehr ergeben, daß das Aktinium X als eine Folge des explosiven Zerfalls des Radioaktiniums an der Elektrode auftritt. Das im Moment seiner Entstehung aus dem Radioaktinium positiv geladene Aktinium X-Restatom erhält einen Rückstoß und wird vielleicht ähnlich wie ein Ion im elektrischen Felde nach der negativen Elektrode transportiert. Natürlich werden nur solche Atome das Ausgangsmaterial verlassen, bei denen der Rückstoß bewirkt, daß sie den Molekülverband verlassen und in das freie elektrische Feld hinausgelangen können.

Wird kein elektrisches Feld angelegt oder die gegenüberliegende Elektrode positiv geladen, so wurde keine oder fast keine Restaktivität beobachtet.

6. In Übereinstimmung mit dieser Hypothese gelingt es nicht, aus reinen Aktinium X-Präparaten die Restaktivität zu erhalten, während beim Radioaktinium die Wirkung völlig unabhängig von dessen Gehalt an Aktinium X ist.

7. Erweiterung des Abstandes der Elektroden vom Material verringert das Auftreten der Restaktivität wesentlich.

Es sind weitere Versuche im Gange, die den Nachweis erbringen sollen, ob der Rückstoß nur durch die Wirkung der emittierten α-Strahlen oder auch durch die ausgeschleuderten Elektronen hervorgerufen werden kann. Eine Entscheidung wird sich dadurch treffen lassen, daß Substanzen untersucht werden, bei deren Zerfall entweder nur α-Strahlen oder nur β-Strahlen ausgeschleudert werden. Da das Radioaktinium sowohl α-Strahlen als β-Strahlen emittiert, so läßt sich an diesem Beispiel die Entscheidung nicht treffen.

Anhang.

Nachdem ich diese Arbeit in der „Deutschen Physikalischen Gesellschaft" vorgetragen hatte, hatte Herr Professor Rutherford die Liebenswürdigkeit, mir brieflich mitzuteilen, daß auch er schon vor längerer Zeit an dem aktiven Niederschlag des Radiums auf Erscheinungen stieß, die wohl auf einen Rückstoß von Restatomen zurückzuführen sind. Miß Brooks[1]) hatte nämlich schon im Jahre 1904 beobachtet, daß sie in geschlossenen Gefäßen an den Wänden Radium B nachweisen konnte, wenn auf dem Boden sich nur der aktive Niederschlag des Radiums, also Radium $A + B + C$ befand. Miß Brooks hatte die Anwesenheit des Radiums B an den Gefäßwänden mit einer geringen Flüchtigkeit von Radium B bei gewöhnlicher Temperatur zu erklären gesucht. Da das Auftreten von Radium B nur zu beobachten war, wenn frischer aktiver Niederschlag zur Verwendung gelangte, so hatte Rutherford[2]) als Erklärungsmöglichkeit der Befunde von Miß Brooks die Vermutung ausgesprochen, daß bei dem Zerfall von Radium A dem Zerfallsprodukt B vielleicht eine Beschleunigung erteilt würde, die dann dessen Vorhandensein an den Gefäßwänden erklären könnte.

Auffallend ist aber die Beobachtung von Miß Brooks, daß das Radium B ganz unbeeinflußt vom elektrischen Feld sich absetzte, während bei den von mir beschriebenen Versuchen das elektrische Feld gerade von sehr großer Wichtigkeit ist. Es scheint mir aber immerhin sicher, daß die von Miß Brooks und Rutherford beobachteten Erscheinungen im wesentlichen mit den von mir beobachteten zu vergleichen sind.

1) Miß Brooks, Nature, Juni 1904.
2) E. Rutherford, Radioaktivität, S. 404—405.

Berlin, Chem. Institut d. Universität.

(Eingegangen 16. Januar 1909.)

Die vollständige Balmersche Serie im Spektrum des Natriums.

Mit 1 Tafel (I).

Von R. W. Wood.

Die größte je im Laboratorium beobachtete Anzahl von Linien in einer Balmerschen Serie beträgt zwölf. Diese Zahl ist von Cornu und von Ames im Wasserstoffspektrum gefunden worden. Im Spektrum der Chromosphäre sind neunundzwanzig Wasserstofflinien verzeichnet worden, von denen die letzte ($n = 30$ in der Formel) kaum noch 15 Ångström-Einheiten vom theoretischen Ende der Serie entfernt ist. Beim Natriumdampf sind bislang sieben Linien der Hauptserie entdeckt.

Bei der Untersuchung des ultravioletten Absorptionsspektrums des Dampfes habe ich diese Zahl noch wesentlich zu steigern vermocht. Im Absorptionsspektrum treten keine anderen Linien auf als die der Hauptserien; wir brauchen daher nicht in einem Gewirr von Linien nach den zu der Serie gehörigen zu suchen wie im Wasserstoffspektrum bei Verwendung von Vakuumröhren.

Mit dem kleinen Quarzspektrographen von Fueß beobachtete ich zweiundzwanzig Linien; ich fand aber Andeutungen von weiteren Linien, welche das Instrument nicht aufzulösen vermochte. (Figur 1.)

Den Dampf erhielt ich bei diesen Versuchen durch Erhitzen des Metalles zu dunkler Rotglut in einem ungefähr 1 m langen Stahlrohr. Der Dampf ist für alle sichtbaren Strahlungen fast undurchsichtig und läßt nur das äußerste Violett durch. Man arbeitet am besten mit einem Druck von etwa 15 cm Stickstoff im Rohre, weil in einem hochgradig ausgepumpten Rohre die erforderliche Dichte schwer zu erhalten ist. Es ist nicht nötig, das Rohr mit Stickstoff zu füllen, denn der Natriumdampf entfernt bald den Sauerstoff, und der Rauch setzt sich in wenigen Minuten.

Als Lichtquelle diente der Kadmiumfunke, den ein großer Induktor mit Kondensator lieferte. Er gibt einen recht hellen kontinuierlichen Hintergrund und hat keine hellen Linien, die mit irgendwelchen Natriumlinien zusammenfallen. Das Spektrum wurde mit einem kleinen Quarzspektrographen von Fueß photographiert, der zwar nur eine Brennweite von 12 cm hat, aber doch in dem beobachteten Spektralgebiet etwa die gleiche Dispersion ergibt wie ein Konkavgitter von 1 m Radius mit 15000 Linien auf den Zoll. Bei Verwendung eines äußerst feinen Spaltes und sorgfältiger Fokussierung lassen sich die Wellenlängen bis auf etwa 0,2 Å.-E. genau bestimmen. Die Anzahl der Linien, die im Absorptionsspektrum erscheinen, wächst mit der Dichte des Dampfes, und ich bin sicher, daß bei Verwendung eines längeren Rohres und bei längerer Expositionszeit noch viel mehr Linien sichtbar werden würden. Ich gebe hier eine photographische Aufnahme wieder.[1]), die natürlich stark vergrößert ist; das Funkenspektrum des Eisens ist als Vergleichsspektrum beigefügt. Auf dem Originalnegativ sind die Absorptionslinien bis hinab zur Kadmiumlinie 2418 Å.-E. zu sehen, während das theoretische Ende der Serie bei der Eisenlinie 2411 Å.-E. liegt. Diese beiden Punkte habe ich in der Figur 1 bezeichnet.

Bei Verwendung eines großen Spektrographen stieg die Zahl auf fünfunddreißig. Der Direktor des Bureau of Standards, Herr Dr. Stratton, hat mir in liebenswürdigem Entgegenkommen die Hilfsmittel dieses Institutes zur Verfügung gestellt. Herr Dr. Nutting war so freundlich, mir sein Arbeitszimmer anzubieten und daselbst mit mir gemeinsam das Problem zu bearbeiten. Wir rüsteten den großen Spektrographen von Fueß von 1 m Brennweite mit drei Cornuschen Prismen aus. Als Lichtquelle benutzten wir den sehr kräftigen Kadmiumfunken, den ein 10000 Volt-Umformer mit einem großen Kondensator im Stromkreise lieferte. Das Stahlrohr mit dem Natrium wurde in diesem Falle bis auf 2—3 mm Druck ausgepumpt und in einem Verbrennungsofen zu voller Rotglut erhitzt. Es erwies sich eine zwei- bis dreistündige Belichtungsdauer als erforderlich. Nach jeder Exposition wurde zum Vergleich das Eisenspektrum auf der Platte aufgenommen.

Auf der besten Platte ergab sich die Möglichkeit, 48 Linien zu messen. Damit haben wir die bei weitem vollständigste Balmersche Serie, die jemals beobachtet worden ist ($n = 50$). Für den Wasserstoff der Sonne (Chromosphäre) haben wir eine Serie mit $n = 30$, während im Laboratorium zwölf Linien beobachtet worden sind (Cornu und Ames). Beim Natrium wird wahrscheinlich die Grenze nur durch das Auflösungsvermögen des Spektroskops und die Dichte des Natriumdampfes bestimmt. Die abnehmende Intensität der Linien ist in der Photographie an der abnehmenden Breite sehr schön zu sehen. Die Figur 2 gibt einen Teil des Negativs vergrößert wieder. Bis zu $n = 40$ lassen sich die Linien in der Vergrößerung zählen; die letzten zehn Linien sind auf der Originalplatte nur unter dem Mikroskop zu sehen. Wir haben zu beiden Seiten der beiden ersten ultravioletten Linien (bei den Wellenlängen 3302 Å.-E. und 2800 Å.-E.) ein kanneliertes Spektrum entdeckt, analog dem zu beiden Seiten der *D*-Linien gefundenen, und vermutlich sind auch die übrigen Glieder der Serie von kannelierten Spektren begleitet. Ich bin gegenwärtig damit beschäftigt, diese kannelierten Spektren mittels eines Konkavgitters zu untersuchen. Das kannelierte Spektrum, welches die Linie 3302 Å.-E. umgibt, ist ganz verschieden von dem, welches die *D*-Linien begleitet.

Die Wellenlängen der gefundenen Linien sind in Ångström-Einheiten:

für $n = 6$	2664,50	für $n = 15$	2444,25
$n = 7$	2594.05	$n = 16$	2440,06
$n = 8$	2543,82	$n = 17$	2436,70
$n = 9$	2512,15	$n = 18$	2433,85
$n = 10$	2490.70	$n = 19$	2431,43
$n = 11$	2475,66	$n = 20$	2429,42
$n = 12$	2464,53	$n = 21$	2427,72
$n = 13$	2456,02	$n = 22$	2426,28
$n = 14$	2449,46	$n = 23$	2425,00

1) Die Figuren sind auf Tafel I vereinigt.

für $n = 24$	2423,88	für $n = 38$	2416,54
$n = 25$	2422,90	$n = 39$	2416,33
$n = 26$	2422,04	$n = 40$	2416,11
$n = 27$	2421,29	$n = 41$	2415,89
$n = 28$	2420,60	$n = 42$	2415,70
$n = 29$	2420,02	$n = 43$	2415,52
$n = 30$	2419,50	$n = 44$	2415,37
$n = 31$	2419,00	$n = 45$	2415,21
$n = 32$	2418,44	$n = 46$	2415,06
$n = 33$	2418,09	$n = 47$	2414,94
$n = 34$	2417,71	$n = 48$	2414,78
$n = 35$	2417,38	$n = 49$	2414,65
$n = 36$	2417,10	$n = 50$	2414,50
$n = 37$	2416,81		

Die bisher erhaltenen Ergebnisse scheinen in Übereinstimmung mit der Theorie zu stehen, daß die Linien der Hauptserien nicht gleichzeitig durch verschiedene Schwingungsarten eines einzigen Systems entstehen. Eine Untersuchung der kannelierten Spektren wird zweifellos weiteres Licht über diesen Gegenstand verbreiten.

Ich habe bereits starke ultraviolette Fluoreszenz in dem Gebiete um 3302 Å.-E. erhalten, analog der früher im roten und im blaugrünen Spektralgebiete untersuchten Fluoreszenz.

Auch habe ich schon früher gezeigt, daß das kannelierte Spektrum im grünen und blauen Gebiet irgendwie mit den D-Linien zusammenhängt, denn die D-Linien erscheinen im Fluoreszenzspektrum, wenn der Dampf mit blaugrünem Licht erregt wird, das von dem kannelierten Spektrum absorbiert wird. Der Umstand, daß die übrigen Glieder der Hauptserie ebenfalls von kannelierten Spektren begleitet werden, ist sehr bezeichnend.

Gegenwärtig bin ich bemüht, einen Weg zu finden, um die Glieder höherer Frequenz der Hauptserie im Emissionsspektrum erscheinen zu lassen. Bis jetzt habe ich aber die geeigneten Bedingungen noch nicht gefunden.

(Aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 16. November 1908 bzw. 5. Januar 1909.)

Bemerkung zur Arbeit des Herrn Fürstenau über $\frac{e}{m}$ im Hg-Dampfmolekül [1]).

Von Robert Pohl.

Herr Fürstenau versucht aus der Drudeschen Form [2]) des Wiedemann-Franzschen Gesetzes eine neue Methode zur Bestimmung von $\frac{e}{m}$ am geladenen Hg-Atom zu erhalten.

Aus seiner Formel (20), S. 577,

$$\frac{k}{\sigma} = \frac{4}{3}\left(\frac{\alpha}{e}\right) T \quad \text{oder} \quad \frac{\alpha}{e} = \sqrt{\frac{3}{4}\frac{k}{\sigma}\frac{1}{T}}$$

α mittlere kinetische Energie eines Moleküls für 1^0,
e Ladung desselben,
k Wärme-, σ elektrisches Leitvermögen,

berechnet Drude für $\frac{\alpha}{e}$ den Wert $4{,}4 \cdot 10^{-7}$, der mit dem gleichen Quotienten der kinetischen Gastheorie gut stimmt. Denn dort ergibt sich z. B.

$$\frac{\alpha}{e} = \frac{3}{2}\frac{R \cdot m}{M \cdot e} = \frac{3}{2}\frac{R}{N \cdot e}$$

$$\frac{\alpha}{e} = 4{,}3 \cdot 10^{-7}.$$

R = Gaskonstante $= 831 \cdot 10^5$ Erg Grad,
m = Maße eines Moleküls,
M = Maße eines Moles,
N = Molekülzahl des Moles,
Ne = 96540 Coulomb.

Herr Fürstenau schreibt Drudes Formel in der Form

$$\frac{c_v \cdot A \cdot m}{e} = \sqrt{\frac{3}{4}\frac{k}{\sigma}\cdot\frac{1}{T}}$$

c_v = spezifische Wärme des (einatomigen) Hg,
A = mechanisches Wärmeäquivalent,

erhält für $c_v = 0{,}01476$ cal (Warburg) für $\frac{m}{e}$ nahezu den Wert der Elektrolyse und beweist damit nur die Richtigkeit der bekannten für einatomige Gase geltenden kinetischen Gleichung [2])

$$c_v = \frac{3}{2}\cdot\frac{R}{A \cdot M} = \frac{3{,}0}{M}.$$

Eine neue Methode zur Bestimmung von $\frac{e}{m}$ liegt also nicht vor.

Berlin, Dezember 1908. Physikal. Institut der Universität.

(Eingegangen 9. Dezember 1908.)

1) Diese Zeitschr. **9**, 849, 1908.
2) F. Richarz Wied. Ann. **67**, 705, 1899.

Über eine neue Wirkung des elektrischen Stromes.

Zur Deutung der Versuche des Herrn M. Cantor.

Von Edgar Meyer.

Kürzlich hat Herr M. Cantor [1]) eine neue Wirkung des elektrischen Stromes beschrieben, und die interessanten Versuche auch auf der

1) M. Cantor, Über eine neue Wirkung des elektrischen Stromes. Verh. d. D. Phys. Ges. **10**, 726, 1908; diese Zeitschr. **9**, 887, 1908.

Naturforscherversammlung in Cöln demonstriert. Es handelt sich um folgendes:

Schickt man durch eine sehr dünne Metallschicht (*Au*, *Ag*, *Pt*), die an einer Stelle einen scharfen Knick besitzt, einen elektrischen Strom, so wird ein elektrisch geladener Körper, den man in 2—3 mm Abstand der scharfen Kante gegenüberstellt, entladen.

Herr Cantor erklärt den Vorgang folgendermaßen: Auf Grund der Vorstellung, daß die elektrische Strömung in metallischen Leitern mit der Translation träger Teile verbunden sei, ist zu erwarten, daß die Teile an solchen Stellen vermöge ihrer Trägheit das leitende Metall verlassen, an denen die Stromfäden eine plötzliche Richtungsänderung erfahren.

Gegen diese Erklärung sprechen aber meiner Ansicht nach die Vorstellungen, die man sich bisher in der Elektronentheorie der Metalle gemacht hat. Die Teilchen, die nach der Cantorschen Auffassung aus dem Metall heraustreten sollen, könnten nur die Elektrizitätsträger sein, da diesen allein durch die elektrische Kraft im Metall eine Richtungsbevorzugung erteilt wird. Der Geschwindigkeitszuwachs aber, den diese Träger durch die elektrische Kraft während ihrer freien Weglänge erhalten, ist klein gegenüber der Geschwindigkeit, die sie vermöge ihres Temperaturgleichgewichtes mit dem Metall besitzen. Wäre dieses nicht der Fall, so würde das Ohmsche Gesetz nicht gelten [1]).

Es ist nun nicht gut anzunehmen, daß dieser geringe Geschwindigkeitszuwachs die Teilchen befähigt, das Metall verlassen zu können, man müßte fordern, daß auch ohne Stromdurchgang durch die Metalle elektrisch geladene Teilchen ausgesandt würden, was aber nicht beobachtet ist.

Folgende Versuche aber führen zu einer anderen Deutung der neuen Erscheinung.

1. Die Versuche wurden analog den Cantorschen ausgeführt, und zwar mit Glas-, Glimmer- und amorphen Quarzplättchen, die mit einer dünnen Schicht eingebrannten Platins überzogen waren. Es zeigte sich nun, daß der Hauptwiderstand der Metallschichten gerade an der scharfen Kante liegt, woraus mit großer Wahrscheinlichkeit hervorzugehen scheint, daß dort die Metallschichten nicht vollständig zusammenhängend sind. Ein in den Stromkreis (verwendet wurde eine Batterie von 60 Volt) eingeschaltetes Telephon gab immer dann ein andauerndes Geräusch, wenn Entladung des Elektroskops eintrat. Schwieg das Telephon beim Stromdurchgang, so wurde auch das Elektroskop nicht entladen. Diesen Zustand kann man erreichen, wenn man die Kante vorsichtig frisch platiniert, und dadurch einen vollständig zusammenhängenden Metallüberzug erzeugt.

2. Im Dunkeln sieht man bei ausgeruhtem Auge an der Kante eine leuchtende Entladung, und zwar auch nur immer in dem Falle, wenn das Telephon tönt. Unter dem Mikroskop beobachtet man teils hin und her huschende Fünkchen, teils ruhig an einer Stelle verharrende Lichtpunkte.

3. Die entladende Wirkung wird aufgehalten, wenn vor die Kante eine 0,002 mm dicke *Al*-Folie oder eine 1 mm dicke Quarzplatte gesetzt wird. Die von Herrn Cantor beschriebene photographische Wirkung der Kante ist aber auch durch die Quarzplatte hindurch zu erhalten.

4. Ein scharfer Knick der Metallschicht ist nicht notwendig. Man kann die Erscheinung auch so erhalten, daß man in der Mitte einer auf einer ebenen Glasplatte befindlichen Platinschicht einen feinen Riß macht, also hier dieselben Bedingungen herstellt, wie sie bei dem Versuche von Cantor an der scharfen Kante vorhanden sind. Es ist leicht zu erreichen, daß der Kontakt noch genügend ist, um dem Strom den Durchgang zu gestatten. Vertikal über diesem Riß und parallel mit ihm bringt man in 2—3 mm Entfernung den mit dem geladenen Elektroskop verbundenen Draht an. Auch in diesem Falle tritt Entladung des Elektroskops ein, gleichzeitig tönt das Telephon und im Dunkeln sind an dem Risse Fünkchen zu beobachten.

5. Es gelingt manchmal, durch einen in der Nähe überspringenden Funken eines Induktoriums die Erscheinung zu unterdrücken. Sie tritt wieder auf nach starkem Klopfen auf die Schicht. Hierbei sei bemerkt, daß auch eine entladende Wirkung in der Nähe folgender Vorrichtung zu beobachten war. Zwei Elektroden wurden durch lose aufgeschüttete Kohlekörnchen (aus einem Mikrophon von Mix & Genest) verbunden. Auch hier trat Entladung dann ein, wenn das Telephon tönte.

Aus diesen Versuchen scheint mir hervorzugehen, daß man die Cantorsche Erscheinung auch durch eine Ionisation der Luft erklären kann, die durch die leuchtende Entladung an der scharfen Kante hervorgerufen wird.

Zürich, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 9. Dezember 1908.)

1) Vgl. z. B. J. J. Thomson, Die Korpuskulartheorie der Materie, S. 52. Braunschweig, F. Vieweg & Sohn, 1908.

Magnetische Astasierung von Drehspulengalvanometern.

Von Max Reinganum.

Es ist gewiß von Interesse, ein Drehspulengalvanometer, dessen Empfindlichkeit ja eine bestimmt gegebene ist, für bestimmte Zwecke

empfindlicher machen zu können. Gelingt dies, so erspart man sich in vielen Fällen den Besitz eines weiteren hochempfindlichen Galvanometers.

Ich versuchte die Astasierung eines Drehspulengalvanometers auf zweierlei Weise, die beide von Erfolg begleitet waren.

Die eine Methode bestand darin, daß außerhalb des stärksten Magnetfelds, am unteren Befestigungsende des Aufhängedrahts, aber noch am festen System, ein Stäbchen aus weichem Eisen horizontal und senkrecht zu den dortselbst horizontal verlaufenden Kraftlinien befestigt wurde. Es erfährt in dieser Lage eine verschwindend kleine Induktion. Wird nun die Spule abgelenkt, indem ein Strom durch sie hindurchfließt, so erfährt das Stäbchen mit wachsendem Winkel gegen die Ruhelage eine wachsende Induktion, deren Moment das rücktreibende Torsionsmoment des Aufhängedrahts teilweise kompensiert, so daß ein größerer Ausschlag als ohne Eisenstäbchen entsteht. Es kommt darauf an, die Länge des Eisenstäbchens so zu wählen, daß seine Ruhelage noch stabil ist, das entstehende Induktionsmoment also nicht größer als das Torsionsmoment ist. Resultate dieser Methode sollen unten mitgeteilt werden.

Bei der zweiten Methode wurde ein kleiner Magnet (magnetisierter Stahldraht) an derselben Stelle des Systems, jedoch parallel zu den Kraftlinien, und mit entgegengesetzter Polrichtung, als der Gleichgewichtslage entspricht, befestigt. Auch hier entsteht bei Ablenkungen ein im gleichen Sinn weiter wirkendes Drehmoment der Magnetnadel. Die zweite Methode war wenigstens bei meinem Instrument die praktischere, denn bei dieser stellte sich vollkommene Proportionalität von Ausschlag und Stromstärke heraus. Die Methode setzt natürlich voraus, daß sich am System eine Befestigungsstelle findet, die nicht so nahe am Feldmagneten ist, daß etwa Ummagnetisierung des Stahldrahtes stattfindet.

Weder der Eisendraht, noch im zweiten Fall der magnetisierte Stahldraht wurden übrigens direkt am Instrument befestigt. Es wurden nur Auflagen aus dünnem Kupferdraht an dieses angekittet, eine senkrecht und eine parallel zur Kraftlinienrichtung. So konnte das Stückchen Draht leicht aufgelegt, wieder entfernt und wenn nötig in seiner Länge oder Magnetisierung geändert werden. Der Abstand der zusammen gehörenden Auflagehaken (10 mm bzw. 12 mm) war übrigens zu groß für die direkte Auflage des Drahts. Bei so langen Stückchen war nämlich das Gleichgewicht schon labil. Es konnten aber beliebig kürzere Stückchen verwendet werden, indem dieselben an einen dünnen Kupferdraht von ca. 15 mm Länge angekittet wurden, der seinerseits auf die Auflage gelegt wurde. Die Auflagen waren so, daß der Magnet nicht durch die Feldkraft herausgezogen wurde. Neben der von den Hufeisenmagneten herrührenden Feldstärke spielte das Erdfeld keine Rolle.

Das benutzte Instrument, ein vor mehreren Jahren im hiesigen Institut konstruiertes, besitzt die Empfindlichkeit $9{,}55 \cdot 10^{-9}$ Amp. pro mm Ausschlag bei 1 m Skalenentfernung. Die Empfindlichkeit ist also nicht sehr groß. Die Schwingungsdauer ist 3,9 Sek. Wie weit Proportionalität von Stromstärke und Ausschlag vorhanden war, zeigt folgende Zusammenstellung bei ca. 1,4 m Skalenabstand.

Stromstärke	kommut. Ausschlag	Ausschlag $\times 10^{-7}$ / Stromstärke
$2{,}49 \cdot 10^{-7}$ A.	7,3 cm	2,93
$2 \cdot 2{,}49 \cdot 10^{-7}$ A.	15,0 „	3,01
$3 \cdot 2{,}49 \cdot 10^{-7}$ A.	22,8 „	3,05

Die Proportionalität von Ausschlag und Stromstärke war also bei dem in gewöhnlicher Weise benutzten Instrument keine ganz vollkommene.

1. Versuche mit weichem Eisendraht senkrecht zu den Kraftlinien aufgelegt. Drahtdicke 0,33 mm. Durch nachträgliche Drehung der Aufhängung wurde dafür gesorgt, daß der Nullpunkt angenähert mit dem normalen übereinstimmte.

a) Länge des Drahtstückchens 6 mm. Halbe Schwingungsdauer im offenen Zustand mit demselben 4,6 Sek.

Stromstärke	kommut. Ausschlag	Ausschlag $\times 10^{-7}$ / Stromstärke
$2{,}49 \cdot 10^{-7}$ A.	11,7 cm	4,70
$2 \cdot 2{,}49 \cdot 10^{-7}$ A.	26,2 „	5,26
$3 \cdot 2{,}49 \cdot 10^{-7}$ A.	38,8 „	5,20

Die Empfindlichkeit ist für kleine Ausschläge auf das 1,6fache gestiegen, dieselbe nimmt mit größerem Ausschlag etwas zu.

b) Gleichzeitige Verwendung zweier Drahtstückchen von 7,6 und 4,9 mm Länge.

A.	kommut. Ausschlag	Ausschlag $\times 10^{-7}$ / Stromstärke
$1{,}245 \cdot 10^{-7}$	9.4 cm	7.55
$2{,}49 \cdot 10^{-7}$	19,4 „	7,79
$3 \cdot 1{,}245 \cdot 10^{-7}$	34,2 „	9,16
$2 \cdot 2{,}49 \cdot 10^{-7}$	51,4 „	10,32

Die Empfindlichkeit für kleine Ausschläge ist auf das 2,66fache gestiegen, beträgt somit etwa $3{,}6 \cdot 10^{-9}$, und wächst mit wachsendem Ausschlag.

Wir können aus den Versuchen den Schluß ziehen, daß mit Stäbchen aus weichem Eisen eine Erhöhung der Empfindlichkeit eintritt, jedoch, wenigstens bei der benutzten Eisensorte,

die Proportionalität von Ausschlag und Strom nur unvollkommen erfüllt ist.

2. Versuche mit magnetisiertem Stahldraht, parallel zu den Kraftlinien gelegt.

Drahtdicke 0,28 mm.

a) Magnetisiertes Drahtstückchen gibt Schwingungsdauer 5,0 Sek. $2{,}49 \cdot 10^{-7}$ A. geben 15 cm komm. Ausschlag. Empfindlichkeit also etwa verdoppelt.

b) Magnetisiertes Drahtstück von 10 mm Länge. Schwingungsdauer etwa 6,6 Sek.

Stromstärke	kommut. Ausschlag	Ausschlag × 10^{-7} / Stromstärke
$1{,}245 \cdot 10^{-7}$ A.	12,7 cm	10,2
$2{,}49 \cdot 10^{-7}$ A.	24,2 „	9,72
$4{,}98 \cdot 10^{-7}$ A.	49,2 „	9,88

Die Proportionalität von Ausschlag und Stromstärke ist so gut wie bei dem ursprünglichen Instrument erfüllt. Die Empfindlichkeit ist mehr als verdreifacht und hat den hohen Wert $2{,}9 \cdot 10^{-9}$. Der Nullpunkt ist völlig konstant.

Die Methode der magnetisierten Drahtstückchen, entgegengesetzt dem magnetischen Feld gerichtet, erweist sich also als brauchbar.

c) Dasselbe Drahtstück nachmagnetisiert. Halbe Schwingungsdauer ca. 12 Sek.

Stromstärke	kommut. Ausschlag	Ausschlag × 10^{-7} / Stromstärke
$0{,}1245 \cdot 10^{-7}$ A.	3,6 cm	28,9
$1{,}245 \cdot 10^{-7}$ A.	39,6 „	31,8

Die Empfindlichkeit ist ungefähr verelffacht und hat den sehr hohen Wert $8{,}8 \cdot 10^{-10}$. Doch wandert bei dieser sehr langsamen Schwingungsdauer der Nullpunkt. Der Quotient in der dritten Kolumne ist innerhalb der Beobachtungsfehler konstant.

Versuche mit weiteren Drehspulengalvanometern habe ich, als außerhalb meines Zweckes liegend, nicht vorgenommen. Es dürfte aber kein Zweifel sein, daß sich das Verfahren auch auf alle derartigen Instrumente anwenden läßt. Es wird wohl Sache der betreffenden Firmen sein, den jeweils günstigsten Platz, für die Anbringung einer praktischen Auflage (womöglich eine Stelle nicht zu starken Magnetfelds) auszuprobieren. In der Dicke der magnetisierten Stahldrähte kann man wenn nötig bis zu sogenannten Haardrähten heruntergehen, und diese zur bequemeren Handhabung von vornherein auf Kupferdraht auflöten. Werden Stahlstäbchen in passender Form dem Instrument mitgegeben, so kann der Benutzer desselben sie sich leicht selbst nach Wunsch magnetisieren, bzw. ihre Magnetisierung durch Streichen ändern.

Namentlich bei schnellschwingenden Drehspulensystemen erscheint die beschriebene Methode, für bestimmte Zwecke die Empfindlichkeit erhöhen zu können, als nützlich. Man kann hier die Empfindlichkeit in weiten Grenzen erhöhen, ohne zu hohe Schwingungsdauern und inkonstante Nullpunkte zu erhalten.

Auch Elektrometer kann man natürlich auf die beschriebenen Arten empfindlicher machen, wenn man für ein passendes Magnetfeld sorgt. Nur muß der magnetisierte Draht etwa durch eine runde leitende Scheibe geschützt sein, um elektrische Richtkräfte auf denselben auszuschließen.

Freiburg i. B., 18. Dezember 1908, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 20. Dezember 1908.)

Beiträge zur Kenntnis des Barretters.

Von Johannes Rautenkrantz.

Bei dem Messen der Hochfrequenzströme gelangt der Barretter zu immer größerer Bedeutung[1]). Zur Beurteilung der mit ihm erzielten Meßresultate sind noch einige Erscheinungen zu klären. Auf Veranlassung und mit Unterstützung von Herrn Prof. Dr. K. E. F. Schmidt habe ich in dessen Laboratorium folgende Fragen bearbeitet:

1. Die Größe des günstigsten Brückenstromes.
2. Der Stromfaktor.
3. Der Zusammenhang zwischen Eigenwiderstand, Stromfaktor und Empfindlichkeit.

1. Günstigster Brückenstrom.

Wir verwenden die Barretter fast ausschließlich in einer Wheatstoneschen Brückenschaltung und zwar in neuerer Zeit für exakte Messungen mit nur einem Barretter[2]) schon die ersten Messungen mit Barretterschaltungen zeigten, daß die Bemessung des dem Barretter unterzulagernden Gleichstromes eine ganz bestimmte sein muß[3]), um das Maximum der Wirkung zu erhalten. Im folgenden sei der, dem Barretter untergelegte Gleichstrom mit i_B bezeichnet, der günstigste Strom mit $i_{B\,\mathrm{opt.}}$ Untersuchungen mit Barrettern verschiedenster Drahtstärke zeigten nun, daß die Lage dieses $i_{B\,\mathrm{opt.}}$ fast unabhängig von der Drahtstärke ist, wohl aber vom Eigen-

1) K. E. F. Schmidt, Studien zum Barretter. Diese Zeitschr. **8**, 601—606, 1907.

2) Temperaturschwankungen werden dann durch Versenken des Barretters in ein Ölbad vermieden.

3) K. E. F. Schmidt, Beiträge zur Kenntnis des Barretters. Diese Zeitschr. **7**, 642—644, 1906. In neuerer Zeit haben Warburg, Leithäuser und Johansen diese Tatsache bei ihren Untersuchungen über das Vakuumbolometer bestätigt. Ann. d. Phys. **24**, 25—42, 1907.

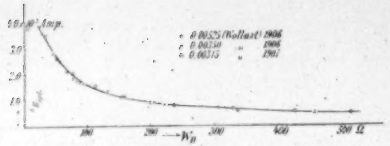


Fig. 1.

widerstand des Barretters abhängt. Die Kurve in Fig. 1 zeigt die Abhängigkeit des günstigsten Barretterstromes $i_{B\,opt.}$ in Abhängigkeit vom Widerstand des Barretters W_B. Da der Widerstand des dünnen Barretterdrähtchens sehr vom durchfließenden Strom i_B abhängig ist, so wurde in dieser Arbeit stets, um Einheitlichkeit zu erhalten, der Eigenwiderstand W_B auf den Strom $i_B = 0{,}002$ Amp. bezogen[1]).

Da die Gleichungen für die Wheatstonesche Brücke ein solches $i_{B\,opt.}$ nicht erkennen lassen, muß die Ursache im Barretter selbst liegen. Bestimmt man mittelst Kompensationsapparates die zu den verschiedenen Stromwerten i_B gehörigen Widerstände W_B, so erhält man Kurven, die den in Fig. 2 dargestellten Verlauf haben.

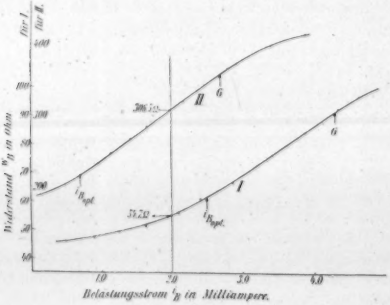


Fig. 3.

Die Kurve I entstammt einem Barretter (Nr. 45) mit einem Drahtdurchmesser von 0,00525 mm[2]) und einen Eigenwiderstand $W_B = 54{,}7\ \Omega$. Die Kurve II gilt für einen Barretter (Nr. 27a) von gleicher Drahtstärke, aber größerer Schleifenlänge und somit größerem $W_B = 306{,}5\ \Omega$. Die einzelnen Strecken der Kurven entsprechen den verschiedenen Temperaturbereichen. Beim Punkt G fängt der Draht sichtbar an zu glühen. Beim Vergleich beider Kurven findet man, daß die Lage von $i_{B\,opt.}$ bei beiden Kurven an analogen Stellen liegt und zwar nahe dem Punkte, wo die Kurven anfangen geradlinig zu verlaufen. Ein Vakuum-Barretter hat demnach seine größte Empfindlichkeit bei einer ganz bestimmten Temperatur. Bei Überschreitung derselben, bei weiterer Steigerung der Stromstärke, überwiegt der Verlust durch Strahlung, welcher der dritten Potenz der absoluten Temperatur proportional ist, der Verlust durch Konvektion, und es sinkt mit zunehmender Temperatur die Temperaturempfindlichkeit[1]).

Beim Einbauen der Barretter in eine Brückenkombination ist daher darauf zu achten, daß die elektrischen Brückendimensionen für das Stromoptimum eingerichtet werden. Bei unseren gebräuchlichen Kombinationen ist in den Barretterzweig ein Galvanometer mit Nebenschluß geschaltet, um jederzeit das Stromoptimum kontrollieren zu können. In den Kombinationen und auch bei den untersuchten Kreisen ist der dem Barretter gegenüberliegende Widerstand W so dimensioniert, daß $W = w_B$ bezogen auf $i_{B\,opt.}$ ist. Hierdurch erhält man recht günstige symmetrische Verhältnisse in der Brücke. Dieser Widerstand W wird zweckmäßig auch gleich als Drosselspule hergestellt[2]). Die Art des zu messenden Wechselstromes ist, wie mehrfache Untersuchungen gezeigt haben, ohne Einfluß auf die Lage von $i_{B\,opt.}$

2. Der Stromfaktor.

K. E. F. Schmidt nennt den Stromfaktor die Widerstandszunahme des Barretterdrahtes für die Stromzunahme von 0,001 Amp.[3]). Im folgenden bezeichne ich den Faktor durch σ. Auf Grund der neueren Untersuchungen beschränke ich den Stromfaktor σ für jede Drahtsorte auf ein bestimmtes Stromintervall. So bei Draht von 0,00525 mm Φ für i_B von 0,002 bis 0,003 Amp., bei Draht unter 0,0035 mm Φ für i_B von 0,0015—0,0025 Amp. Da der Verlauf der Kurven in diesem Bereich und somit auch die Widerstandsänderung (Stromfaktor σ) von den durch die Drahtdimensionierung bedingten Wärmeverhältnissen abhängt, so ist der Stromfaktor σ ein deutliches Charakteristikum für den Barretter.

3. Eigenwiderstand, Stromfaktor und Empfindlichkeit.

Die Untersuchungen des Herrn Neuhaus ergeben, daß die Empfindlichkeit der Bar-

1) Der früher benutzte Wert $i_B = 0{,}00375$ Amp. war nicht für dünnere Drähte zu benutzen, da diese bei solcher Stromstärke schon heftig glühen.

2) Mikroskopisch gemessen.

1) Das ist derjenige Galvanometer-Ausschlag in Skalenteilen, welcher eine Temperaturerhöhung von 1° hervorruft.

2) Eine Steigerung der Empfindlichkeit erhält man auf Grund einer theoretischen Erwägung von Herrn Dr. Zöllich, wenn man $W > w_B$ macht, z. B. eine Steigerung um ca. 50 Proz., wenn $W = 10\,w_B$ ist.

3) K. E. F. Schmidt, Meßapparate für schnelle elektrische Schwingungen. Sitzungsbericht der Naturforschenden Gesellschaft, Halle a. S., Sitzung vom 19. Mai 1906.

retter im praktischen Gebrauch nicht mit der Verminderung der Drahtstärke zunimmt, da es bei den schwachen Drahtsorten sehr schwierig ist, genügend kleine Widerstände zu erzielen. Die schwächste Drahtsorte, mit der wir hier augenblicklich arbeiten, hat einen Durchmesser von 0,0026 mm[1]). Ich glaube kaum, daß praktisch brauchbare Barretter von 0,0005 mm Φ hergestellt werden können, da auf Grund eingehender Untersuchungen der Eigenwiderstand auf die Empfindlichkeit von großem Einfluß ist. Auch Barretterdrähte, die meßbar den gleichen Durchmesser haben, aber verschiedenen Lieferungen entstammen, verhalten sich verschieden. Näher untersucht sind bis jetzt folgende Drahtsorten[2])

0,02 mm	(reiner Platindraht)	
0,01 „	(Wollastondraht)	
0,00525 mm	„	Serie 1906
0,00350 „	„	„ 1906
0,00350 „	„	„ 1908
0,00315 „	„	„ 1907
0,00260 „	„	„ 1908

In Tabelle I sind die für den aus Platin direkt gezogenen Draht von 0,02 mm Φ gefundenen Resultate enthalten.

Tabelle I.

Serie: 0,02 mm (rein Pt).

Nr.	W_B bezogen auf 0,01 Amp.	i_B opt.	Stromfaktor σ bezogen auf i_B = 0,008—0,012 Amp.
103	24,16 Ω	0,010 Amp.	5,96 Ω
113	11,10 „	0,011 „	2,12 „
117	3,68 „	0,030 „	0,14 „
122	ca. 1 „	ca. 0,1 „	—

Tabelle II enthält eine Zusammenstellung der bei Barrettern mit 0,00525 mm Φ erzielten Ergebnisse. Die für die relative Empfindlichkeit angegebenen Werte entstammen den Messungen des Herrn Neuhaus.

Tabelle II.

Serie: 0,00525 mm (Wollast) 1906.

Nr.	W_B Ω	i_B opt. Milliamp.	σ_Ω	Relative Empfindlichkeit
48	26,8	3,62	3,0	—
27	32,0	3,42	4,0	—
33	48,8	2,70	10,7	103,0
29	50,0	2,60	13,0	—
45	54,7	2,50	12,8	108,2
33a	67,0	2,10	15,0	117,5
42	83,0	1,75	33,0	141,0
29a	132,0	1,35	36,0	137,9
27a	306,5	0,70	58,0	63,7

1) Die in der Arbeit von K. E. F. Schmidt, diese Zeitschr. **8**, 601—606, 1907, erwähnten Drahtdurchmesser von 0,001—0,003 mm sind von der Firma Heraeus angegeben worden. Eine von mir vorgenommene mikroskopische Nachmessung ergab beträchtlich höhere Werte.

2) Die Durchmesser sind mikroskopisch ermittelt.

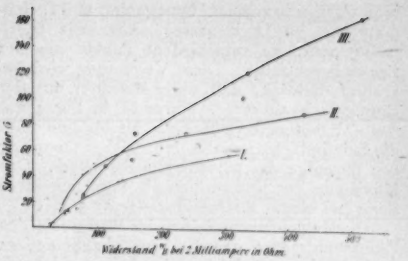


Fig. 3.

Die Kurve I mit den ⊙ Punkten in Fig. 3 zeigt die Abhängigkeit des Stromfaktors σ von dem, auf die Stromstärke von 2 Milliampere bezogenen Eigenwiderstand W_B, während die Kurve I in Fig. 4 die Abhängigkeit der relativen Empfindlichkeit vom Stromfaktor zum Ausdruck

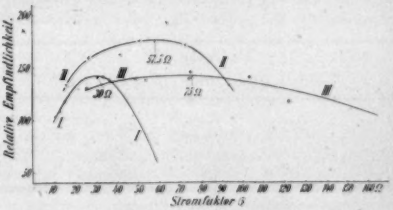


Fig. 4.

bringt. Die Kurve zeigt, daß die Empfindlichkeit bei einem Stromfaktor σ von 30 Ω ihr Maximum erreicht und nach beiden Seiten ziemlich steil abfällt, so daß bei $\sigma = 10$ Ω oder $\sigma = 50$ Ω eine Abnahme um ca. 40 Proz. eintritt.

Die Untersuchung der 0,0035 mm Φ-Serie ergab die in Tabelle III enthaltenen Werte.

Tabelle III.

Serie: 0,0035 mm (Wollast) 1906.

Nr.	W_B Ω	i_B opt. Milliamp.	σ_Ω	Relative Empfindlichkeit
21	43,5	2,80	15,5	132,4
69	66,0	2,10	20,2	158,0
75	77,0	1,85	41,0	163,0
71	88,0	1,72	45,0	—
74a	94,0	1,66	50,1	174,9
73a	156,0	1,12	55,5	—
71a	200,0	0,03	63,0	195,2
69a	224,0	0,84	72,0	171,5
76a	455,0	0,47	93,0	133,1

Die Kurve II mit den ×-Punkten in Fig. 3 zeigt den Stromfaktor bei verschiedenem Widerstand. Der zu dieser Serie verwendete Draht

muß wohl in bezug auf Homogenität und Gleichmäßigkeit im Durchmesser nicht ganz regelmäßig sein, da verschiedene Punkte aus der Kurve herausfallen. Diese Vermutung wird bekräftigt dadurch, daß diese Barretter aus der Empfindlichkeitskurve, Kurve II in Fig 4 mit den ⊙-Punkten, herausfallen. Im übrigen zeigt die Empfindlichkeitskurve den gleichen Charakter wie diejenige des 0,00525 mm-Barretters. Das Maximum der Empfindlichkeit liegt für diese Serie bei einem Stromfaktor $\sigma = 57{,}5\ \Omega$.

Die Ungleichmäßigkeiten der Platinseele des Wollastondrahtes nehmen mit abnehmendem Drahtdurchmesser infolge der hohen mechanischen Beanspruchungen bei der Herstellung zu. Es zeigte darum die nächste Serie mit einem Durchmesser von 0,00315 mm schon bedeutend mehr fertige Exemplare mit anormalen Verhältnissen. Tabelle IV enthält die zu dieser Serie gehörigen Werte, die Stromfaktorkurve ist in Fig. 3 durch die Kurve III mit ⊙ dargestellt, die Empfindlichkeitskurve ist als Kurve III ebenfalls mit × in Fig 4 eingezeichnet. Der günstigste Stromfaktor, der in der Folge mit $\sigma_{opt.}$ bezeichnet

Tabelle IV.

Serie: 0,00315 mm (Wollast) 1907

Nr.	$W_B\ \Omega$	iB opt. Milliamp.	σ_Ω	Relative Empfindlichkeit
105	78,0	2,05	25,5	130,0
101	113,2	1,55	43,4	139,6
91	154,0	1,14	53,2	137,7
100	159,0	1,18	73,7	139,6
102	238,9	0,80	74.5	145,2
91	337,1	0,58	122,0	117,7
87	425,6	0,52	91,0	112,8
107	513,0	0,47	105,0	119,0
98	330,0	0,66	103,0	140,3

werden soll, ist bei dieser Serie nach 75 Ω gerückt. Ein Vergleich der 3 letzten Serien, wie ihn Tabelle V ergibt, läßt erkennen, daß mit zunehmendem Drahtdurchmesser $\sigma_{opt.}$ abnimmt,

Tabelle V.

Serie	$\sigma_{opt.}$	Relative Empfindlichkeit
0,00525	30 Ω	142
0,00350	55 „	175
0,00315	75 „	142

ferner daß die Empfindlichkeit bei einer gewissen Drahtstärke ein Maximum erreicht. — Von der 0,0026 mm Serie ist bis jetzt nur ein Exemplar untersucht, so daß über diese Serie noch keine Angaben zu machen sind.

Die im Barretterdraht verbrauchte Joulesche Wärme ist

$$Q = i_B^2\, W_B \cdot 10^7 \text{ Erg.}$$

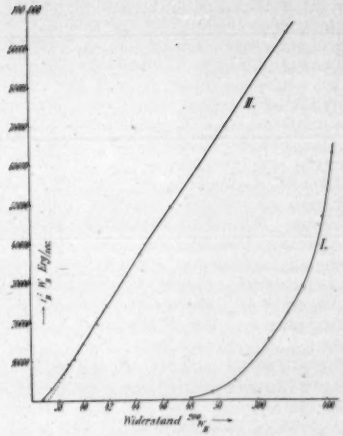


Fig. 5.

In Fig. 5 ist für den Barretter Nr. 27a die Joulesche Wärme Q in Abhängigkeit vom jeweiligen Widerstand W_B als Kurve I aufgetragen, hierbei befindet sich der Barretter in einem sehr hohen Vakuum. Kurve II zeigt den Verlauf, sobald sich ein Barretterdraht im lufterfüllten Raume befindet, so daß auch ein Wärmeverlust durch Ableitung an die umgebende Luft eintreten kann. Nur in ihrem unteren Bereich zeigt die Kurve eine Abweichung von der Proportionalität, die sie im praktisch brauchbaren Teil besitzt. Kennely fand bei seinen Barretteruntersuchungen[1]) das gleiche Verhalten, und indem er

$$\frac{dQ}{dW_B} = b = \text{konst.}$$

setzte[2]), konnte er ein Gesetz für die Empfindlichkeit eines Barretters aufstellen und eine Konstante des Barretters berechnen. Dieses Gesetz ist aber nur gültig für den in Luft befindlichen Barretterdraht. Für den Vakuumbarretter, der hauptsächlich Verwendung findet, wird die Kurve je nach Form und Dimensionierung der an der Wärmeleitung beteiligten Metallmassen eine andere Form annehmen.

Aus vorstehenden Ergebnissen geht hervor, daß die Beschaffenheit des Drahtes und seines Silbermantels von maßgebendem, aber manchmal unkontrollierbarem Einfluß auf die Wirkungsweise des Barretters ist. Um von den Ungleichmäßigkeiten der verschiedenen Drahtlieferungen

1) A. E. Kennely, High-frequency telephone circuit tests. Transactions of the Int. El. Congress, St. Louis 1904, Bd. III, S. 427.

2) Kennely nannte die Konstante „Dissipation-resistance constant",

unabhängig zu sein, sucht Herr Prof. Dr. Schmidt in Verbindung mit der Firma Heraeus-Hanau einen „Normaldraht" zu schaffen, der einigermaßen gute Empfindlichkeit mit großer Gleichmäßigkeit vereinen soll. Die diesbezüglichen Untersuchungen sind noch nicht abgeschlossen.

Nachsatz: In einer Arbeit, betitelt: „Barrettermessungen und einige Barrettererscheinungen"[1]) beschreibt Béla Gáti am Schlusse eine Erscheinung, welche derselbe bei einem Barretter in Brückenschaltung gefunden hat. Béla Gáti findet, daß bei x- abgeglichener Brücke und einem bestimmten Barrettergleichstrom eine Änderung des Batteriestromes einen Ausschlag des Galvanometers zur Folge hat. Diese Erscheinung erklärt sich einfach dadurch, daß durch den veränderten Batteriestrom auch der Strom im Barretterzweig geändert wird, da ja der Barretterwiderstand vom Strom beeinflußt wird, dahingegen die übrigen Widerstände der Brücke unveränderlich sind. Die in der Tabelle wiedergegebenen Galvanometerausschläge sind lediglich eine Folge der veränderten Stromverteilung in der Brücke.

Daß Béla Gáti, im Gegensatz zu K. E. F. Schmidt, keine Optimumpunkte bei seinen Kurven findet, ist darauf zurückzuführen, daß solche Optima nur bei den Empfindlichkeitskurven (Fig. 4 meiner Arbeit) auftreten, nicht aber, wie Béla Gáti glaubt, bei den Widerstandskurven $W_B = f(i_B)$. Es ist auch, wie sich aus obiger Arbeit ergeben hat, nicht richtig, so hohe „Grundstromstärken" wie nur möglich anzuwenden, da die Empfindlichkeit der Barretterkombination auf Hochfrequenzströme bei einer bestimmten Stromstärke ein Maximum erreicht.

1) Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie **2**, 109—115, 1908.

Halle a. S., Physikalisches Institut der Universität, Juli 1908.

(Eingegangen 24. Dezember 1908.)

Über die Gültigkeit des Ohmschen Gesetzes für Elektrolyte.

Von A. Eucken.

In der Literatur findet man häufig die Ansicht vertreten, das Ohmsche Gesetz behielte seine volle Gültigkeit auch für Elektrolyte bei. Zweifellos ist diese Annahme streng richtig für den nichtstationären Zustand, d. h. kurz nach Stromschluß, bevor sich merkliche Konzentrationsdifferenzen im Elektrolyten gebildet haben. Es gelten dann nämlich die von Kohlrausch[1]) abgeleiteten Beziehungen, die das Nichtvorhandensein eines Konzentrationsgefälles voraussetzen und direkt zum Ohmschen Gesetz führen.

1) Wied. Ann. **62**, 229, 1897.

Anders liegen die Verhältnisse nach längerem Stromdurchgang; das Verhalten des Elektrolyten kann nunmehr allein durch die Nernstschen Ionenbewegungsgleichungen[1]) dargestellt werden. Daß man aus diesen Gleichungen eine dem Ohmschen Gesetz ähnliche, aber keineswegs mit ihm identische Beziehung erhält, soll im folgenden an zwei möglichst einfachen Beispielen für den stationären Zustand (unendlich lange Zeit nach Stromschluß) gezeigt werden. Gegeben sei zunächst ein einfacher, binärer Elektrolyt in einem prismatischen Gefäß zwischen zwei in bezug auf das Kation reversiblen Elektroden. Wählt man eine unterhalb eines Zersetzungspunktes liegende Spannung, so wird während des stationären Zustandes der Stromtransport allein durch die Kationen bewirkt; die Anionen hat man sich somit als ruhend vorzustellen, d. h. die Resultante der auf sie ausgeübten Kräfte muß verschwinden. Somit gelten[2]):

$$URT\frac{dc}{dx} + Uc\frac{d\varphi}{dx} = \frac{\mathfrak{F}v}{q} \qquad (1)$$

und

$$VRT\frac{dc}{dx} - Vc\frac{d\varphi}{dx} = 0. \qquad (2)$$

Integriert man die durch Addition von (1) und (2) erhaltene Gleichung, so gelangt man zu der bekannten Reststrombeziehung:

$$\frac{\mathfrak{F}v}{q} = \frac{2URT(c_A - c_\varkappa)}{l}, \qquad (3)$$

indem l den Abstand der Elektroden, c_A die Konzentration an der Anode, $c_\varkappa$ die an der Kathode bedeutet. Die Integration von (2) ergibt:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = RTln\frac{c_A}{c_\varkappa} = E - P; \qquad (4)$$

$\varphi_1 - \varphi_2$ bedeutet den Gesamtpotentialabfall im Trog und ist daher der Differenz zwischen Klemmspannung (E) und Polarisation (P) gleichzusetzen.

Führt man in (3) und (4) c_0, die mittlere Konzentration (= Anfangskonzentration), ein, indem man $c_\varkappa + c_A = 2c_0$ setzt, und eliminiert so $c_\varkappa$ und c_A, so erhält man:

$$E - P = RTln\left(\frac{2c_0}{c_0 - \frac{\mathfrak{F}vl}{4URTq}} - 1\right)$$

$$= RTln\frac{1 + \frac{\mathfrak{F}vl}{4URTqc_0}}{1 - \frac{\mathfrak{F}vl}{4URTqc_0}}$$

1) U. A. Theoretische Chemie, 5. Aufl., S. 368.

2) Wegen der Bedeutung der Zeichen vgl. nötigenfalls Zeitschr. f. phys. Chemie **59**, 76, 1907.

oder durch Reihenentwicklung:

$$E-P=\frac{\mathcal{J}vl}{2Uqc_0}+RT\frac{2}{3}\left(\frac{\mathcal{J}vl}{4URTqc_0}\right)^3\cdots \quad (5)$$

Ist $\mathcal{J}$ sehr klein, so ist nur das erste Glied der Reihe zu berücksichtigen; es gilt dann das Kohlrausch-Ohmsche Gesetz, allerdings unter der Modifikation, daß statt der Gesamtleitfähigkeit der Lösung $U+V$: $2U$ zu setzen ist. Für höhere Stromstärken zeigen sich erhebliche Abweichungen, da die Größe $\frac{\mathcal{J}vl}{4URTqc_0}$ sich asymptotisch dem Werte eins nähert (sog. Grenzstrom). Eine ähnliche Erscheinung beobachtet man bei der Leitung durch Gasionen; auch hier gilt bekanntlich bei geringer Stromstärke das Ohmsche Gesetz, während es im Gebiete des dem sog. Grenzstrom durchaus analogen Sättigungsstromes versagt.

Vor einiger Zeit versuchte ich zu zeigen [1], daß man unter Zugrundelegung des Kohlrauschschen Gesetzes in einer etwas modifizierten Form für einfache binäre Elektrolyte mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes zu der Reststromgleichung (3) gelangt oder umgekehrt. Die Betrachtung beruhte auf der Annahme, daß für die Leitfähigkeit der Wert $2U$ zu setzen ist, da auf die Kationen eine doppelte Kraft (Potentialabfall und Konzentrationsabfall), auf die Anionen dagegen keine Kraft wirkt. Indessen wird offenbar durch das Kohlrauschsche Gesetz, das, wie erwähnt, nur bei Abwesenheit eines Konzentrationsgefälles gilt, ein fremdes Element in die Betrachtung hineingezogen, da bereits der Zustand des Elektrolyten durch (1) und (2) eindeutig bestimmt ist.

Daß es unmöglich ist, von einer Leitfähigkeit im Sinne des Kohlrauschschen Gesetzes im stationären Zustande zu sprechen, wird insbesondere bei der Betrachtung eines Depolarisators im Überschuß eines gleichionigen Salzes offenbar (z. B. Silbernitrat in Kaliumnitratlösung). Auch hier vermitteln den Stromtransport allein die Ag-Ionen, weshalb die Leitfähigkeit analog gleich $U_{Ag}c_{Ag}$ zu setzen wäre, man erhielte also einen Widerstand von der gleichen Größenordnung, wie den des reinen Elektrolyten. Die Anwendung des Ohmschen Gesetzes würde ergeben, daß die Differenz $E-P$ ebenso groß beim Vorhandensein eines Überschusses an gleichionigem Salz sein müßte, wie bei dessen Abwesenheit. Dieses Resultat ist jedenfalls falsch und bereits längst als experimentell sicher widerlegt anzusehen, da hier P sehr nahe gleich E wird. Eine andere Möglichkeit, die Leitfähigkeit einfach, wie es gewöhnlich geschieht, gleich der Summe der Produkte Uc sämtlicher anwesender Ionen zu setzen, führt gleichfalls zu Schwierigkeiten, da nicht einzusehen ist, wie die Leitfähigkeit eines Elektrolyten von einer Ionenart abhängen soll, die man sich als ruhend, also am Stromtransport als unbeteiligt vorzustellen hat. Um zum richtigen Ergebnis zu gelangen, hat man denselben Weg zu beschreiten, der zu (5) geführt hat, und die Begriffe Widerstand und Leitfähigkeit, die hier offenbar ihre Bedeutung verlieren, von vornherein beiseite zu lassen.

Die Ionenbewegungsgleichungen [1] führen in dem zuletzt betrachteten Falle zu den beiden Gleichungen:

$$\varphi_1-\varphi_2=E-P=RTln\frac{C_A}{C_x} \quad (4a)$$

$$\frac{\mathcal{J}v}{q}=\frac{2URT(C_A-C_x)}{l} \quad (3a)$$

Hier bedeutet C die Konzentration des beiden Kationen gemeinsamen Anions, also auch die Gesamtkonzentration beider Salze, während U seine Bedeutung als Geschwindigkeit des depolarisierenden Kations beibehält. Formel (3a) und (4a) sind mit (3) und (4) identisch, so daß auch:

$$E-P=\frac{\mathcal{J}vl}{2UqC_0}+RT\frac{2}{3}\left(\frac{\mathcal{J}vl}{4URTqC_0}\right)^3\cdots \quad (5a)$$

folgt. Wählt man nun C_0 ziemlich groß (erheblicher Überschuß an gleichionigem Salz), so wird $\frac{\mathcal{J}vl}{4URTqC_0}$ im Vergleich zur Einheit klein ausfallen, und zwar im Verhältnis:

$$\left[\frac{\mathcal{J}vl}{4URTqc_0}:\frac{\mathcal{J}vl}{4URTqC_0}=\right]1:\frac{c_0}{C_0}.$$

Für diesen Fall darf man daher:

$$E-P=\frac{\mathcal{J}vl}{2UqC_0} \quad (5b)$$

als die gesuchte Beziehung zwischen Potentialabfall und Stromstärke ansehen. Der Unterschied zwischen dem Ohmschen Gesetz ist hier nur unbeträchtlich, die Abhängigkeit ist gleichfalls linear; statt der Leitfähigkeit im nichtstationären Zustande $U_{Ag}c_{Ag}+U_KC_K+V_{NO_3}C_{NO_3}$ ist nur $2U_{Ag}C$ zu setzen.

Zu beachten ist, daß bei der vorliegenden Betrachtung keine Annahme über die Art der Polarisation gemacht wurde; es ist also keineswegs erforderlich, daß man nur eine reine Konzentrationspolarisation gelten läßt. Bedingung ist nur, daß (2) eingehalten wird, daß sich also die Anionen bzw. die Kationen des überschüssigen Salzes nicht merklich an der Leitung beteiligen. Oberhalb eines Zersetzungspunktes wird diese Annahme nicht mehr zutreffen, deshalb verlieren dort (5) und (5a) ihre Gültigkeit.

Was die praktische Bedeutung von (5) und

1) Zeitschr. f. phys. Chemie **59**, 72, 1907.

1) Vgl. Eucken, l. c. S. 88 f.

(5a) anlangt, so ist zu beachten, daß sich experimentell bekanntlich bei der Elektrolyse infolge des Auftretens von konvektiven Strömungen nur schwer der stationäre Zustand herstellen läßt. Dieser stellt sich in der Regel nur in der Nähe der Elektroden ein, während für den größten Teil des Troges ein nichtstationärer Zustand herrscht, für den das Ohmsche Gesetz gilt. Immerhin zeigte Grassi [1]), daß es unter besonderen Vorsichtsmaßregeln doch möglich ist, ein stationäres Konzentrationsgefälle durch den ganzen Trog zu erzielen. Auf diese Weise ließen sich die obigen Gleichungen experimentell prüfen (man mißt Klemmspannung, Polarisation mit Hilfe der Lugginschen Kapillare und Stromstärke), was, soweit mir bekannt, noch nicht geschehen ist. —

Es ist gezeigt worden, daß die Ionenbewegungsgleichungen, deren unmittelbare Folgerungen (Reststrom usw.) als durch das Experiment sichergestellt anzusehen sind, nicht mit dem Ohmschen Gesetz in Einklang zu bringen sind. Dieses verliert somit seine Gültigkeit für Elektrolyte während des stationären Zustandes. Als Ursache dieses Ergebnisses kann man ansehen, daß die Begriffe Leitfähigkeit und Widerstand auf Elektrolyte mit einem Konzentrationsgefälle gegenüber Gleichstrom überhaupt nicht ohne weiteres anwendbar sind.

1) Zeitschr. f. phys. Chemie **44**, 460, 1903.

Berlin, Phyik.-chem. Institut.

(Eingegangen 17. Dezember 1908.)

Einige Grundzüge der Mechanik.

Von Johann Radakovits.

§ 1. Materielle Punkte.

Die Mechanik ist die Lehre von denjenigen Naturerscheinungen, welche lediglich auf die Bewegung wägbarer Massen zurückzuführen sind. Bewegung nennen wir die zeitliche Ortsveränderung einer Masse. Da wir alle Teile einer Masse nicht gleichzeitig ins Auge fassen können, so müssen wir einzelne Punkte derselben besonders herausgreifen; diese ausgewählten Punkte heißen wir „Massenpunkte" oder „materielle Punkte". Wir brauchen hierbei Avogadros Hypothese, daß in gleichen Volumina unter sonst gleichen Umständen gleich viel Moleküle vorhanden sind, nicht ohne weiteres auf tropfbar flüssige und feste Körper zu übertragen, wir denken weder an Moleküle noch an Atome, ohne jedoch deren Existenz zu leugnen. Wir können in einem Körper oder einem ganzen Körpersysteme einen oder mehrere Massenpunkte betrachten, je nachdem die Lagenänderung eines oder mehrerer Punkte die Lagenänderung des Körpers oder körperlichen Systems kennzeichnet. Die Mechanik zerfällt daher in die eines Massenpunktes und die mehrerer Massenpunkte.

§ 2. Allgemeine Gleichungen der Bewegung eines Punktes.

Der Massenpunkt M (Fig. 1) bewege sich längs der Geraden g, seiner „Bahn", in der

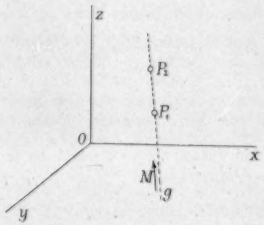


Fig. 1.

Richtung des Pfeiles. Zur Zeit t_1 z B. befinde er sich im Raumpunkte P_1 mit den rechtwinkeligen Koordinaten x_1, y_1, z_1 und gelange zur Zeit t_2 nach P_2 mit den rechtwinkeligen Koordinaten x_2, y_2, z_2. Die Strecke $\overrightarrow{P_1P_2}$ nennen wir den „Weg" des Massenpunktes M in der Zeit $t_2 - t_1$; dem $\overrightarrow{P_1P_2}$ kommt eine bestimmte Länge $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$, ein bestimmter Sinn — der von P_1 nach P_2 (durch den Sinn des Pfeiles gekennzeichnet) — und eine bestimmte Richtung im Raume — die Richtung der Geraden g — zu, welch letztere durch die Kosinus der Neigungswinkel von g gegenüber den Koordinatenachsen

$$\frac{x_2-x_1}{\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}},$$

$$\frac{y_2-y_1}{\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}}$$

und

$$\frac{z_2-z_1}{\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}}$$

gegeben ist. Der Weg $\overrightarrow{P_1P_2}$ ist also ein Vektor.

Jedem Punkte P_k der Bahn kommt ein Vektor $\mathfrak{r}_k$ zu, den wir vom Koordinatenursprunge gegen den Punkt P_k ziehen. Für unsere beiden Punkte P_1 und P_2 (Fig. 2) haben wir $\overrightarrow{OP_1} = \mathfrak{r}_1$ und $\overrightarrow{OP_2} = \mathfrak{r}_2$. Die Differenz $\overrightarrow{P_1P_2} = \mathfrak{r}_2 - \mathfrak{r}_1$ ist von der Lage des Koordinatenursprunges unabhängig.

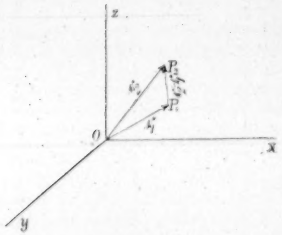


Fig. 2.

Wir wollen unser Bild verallgemeinern, wir ersetzen die Gerade g durch eine beliebige Kurve k (Fig. 3) und greifen aus k einen beliebigen Punkt P heraus, wo sich unser Massenpunkt M zur Zeit t befindet. Diesem Punkte P kommt der Vektor $\overrightarrow{OP} = \mathfrak{r}$ zu. $\mathfrak{r}$ ist eine Funktion der Zeit t:

$$\mathfrak{r} = f(t).$$

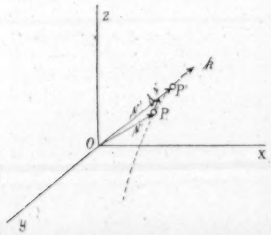


Fig. 3.

Die Zeit hat nur eine Eigenschaft, die Größe; sie ist ein absoluter Skalar.

Zu einer späteren Zeit t' befinde sich unser Massenpunkt M im Punkte P', dem der Vektor $\overrightarrow{OP'} = \mathfrak{r}'$ zukommt. Wir bilden $\mathfrak{r}' - \mathfrak{r}$ und gehen zur Grenze über:

$$\lim_{t'=t} (\mathfrak{r}' - \mathfrak{r}) = d\mathfrak{r} = \dot{f}(t)\,dt = \varphi(t)\,dt.$$

$\frac{d\mathfrak{r}}{dt} = \varphi(t)$ nennen wir die Geschwindigkeit des Massenpunktes M und $\frac{d^2\mathfrak{r}}{dt^2} = \dot{\varphi}(t)$ seine Beschleunigung. $\varphi(t)$ und $\dot{\varphi}(t)$ sind wieder Vektoren.

Jedem Punkte P der Kurve k (Fig. 4) ordnen wir einen Vektor $\varphi(t)$ und einen Vektor $\dot{\varphi}(t)$ zu. Wir könnten so weiterschreiten und noch höhere Ableitungen bilden.

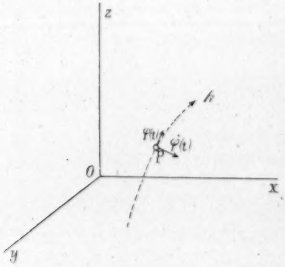


Fig. 4.

§ 3. Besondere Fälle.

Wir wollen nun für $\varphi(t)$ besondere Werte einführen:

1. $\varphi(t) = 0$; $d\mathfrak{r} = \varphi(t)dt = 0$; $\mathfrak{r} = \mathfrak{r}_0$; der Massenpunkt M ruht in P_0 (mit dem Vektor $\mathfrak{r}_0$). Selbstredend sind auch alle Ableitungen von $\varphi(t)$ gleich Null.

2. $\varphi(t) = \mathfrak{a}$, wo $\mathfrak{a}$ einen konstanten Vektor bedeutet; $d\mathfrak{r} = \mathfrak{a}\,dt$; der Weg in der Zeit $t_2 - t_1$

$$\int_{t_1}^{t_2} \varphi(t)\,dt = \int_{t_1}^{t_2} \mathfrak{a}\,dt = \mathfrak{a}(t_2 - t_1)$$

ist ein Vektor, die Bahn eine Gerade; wir haben die geradlinige, gleichförmige Bewegung; $\varphi(t)$ ist konstant, $\dot{\varphi}(t)$ usw. verschwinden; der Punkt M besitzt keine Beschleunigung.

3. $\varphi(t) = \mathfrak{b}t$, wo $\mathfrak{b}$ wieder einen konstanten Vektor bedeutet; $d\mathfrak{r} = \mathfrak{b}t\,dt$; der Weg in der Zeit $t - t_1$

$$\int_{t_1}^{t_2} \varphi(t)\,dt = \int_{t_1}^{t_2} \mathfrak{b}t\,dt = \frac{\mathfrak{b}}{2}(t_2^2 - t_1^2)$$

ist ein Vektor, die Bahn eine Gerade, wir haben die geradlinige, gleichförmig beschleunigte Bewegung; $\varphi(t)$ ist der Zeit proportional, $\dot{\varphi}(t)$ konstant, alle höheren Ableitungen verschwinden.

4. $\varphi(t) = \mathfrak{n}t^n$; $d\mathfrak{r} = \mathfrak{n}t^n dt$;

$$\int_{t_1}^{t_2} \varphi(t)\,dt = \int_{t_1}^{t_2} \mathfrak{n}t^n dt = \frac{\mathfrak{n}}{n+1}(t_2^{n+1} - t_1^{n+1});$$

$$\dot{\varphi}(t) = n\mathfrak{n}t^{n-1},\quad \ddot{\varphi}(t) = n(n-1)\mathfrak{n}t^{n-2},$$

$$\overset{(n)}{\varphi}(t) = n!\,\mathfrak{n},\quad \overset{(n+1)}{\varphi}(t) = 0.$$

5. Allgemein: $\varphi(t) = \mathfrak{n}\psi(t)$, wo $\mathfrak{n}$ einen konstanten Vektor und $\psi(t)$ eine skalare Funktion von t bedeuten; wir haben stets eine geradlinige Bewegung; $(\varphi\dot{\varphi})$, $(\varphi\ddot{\varphi})$ usw. sind $\mathfrak{n}^2$ proportional, daher sind φ, $\dot{\varphi}$, $\ddot{\varphi}$ usw. gleich gerichtet.

Zu 1.—5. $\varphi(t)$ und alle Ableitungen von $\varphi(t)$ haben die Richtung der Bahn. Ist $\varphi($ einer Potenz von t proportional oder im Sinne von 5. definiert, so haben wir stets eine gera d linige Bewegung.

6. $\varphi(t) = a + bt + ct^2 + dt^3 + \ldots + ut^n;$

$$\int_{t_1}^{t_2} \varphi(t)\,dt = a(t_2 - t_1) + \frac{b}{2}(t_2^2 - t_1^2) + \ldots + \frac{u}{n+1}(t_2^{n+1} - t_1^{n+1});$$

$$\varphi(t) = b + 2ct + 3dt^2 + \ldots + nut^{n-1};$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\overset{(n)}{\varphi}(t) = n!\,u; \quad \overset{(n+1)}{\varphi}(t) = 0;$$

φ, $\dot{\varphi}$, $\ldots\ldots\overset{(n)}{\varphi}$ sind im allgemeinen nicht gleich gerichtet, die Bahn im allgemeinen eine Raumkurve.

§ 4. Die Kreisbewegung.

Der Massenpunkt M (Fig. 5) bewege sich im Kreisumfang im Sinne des Pfeiles.

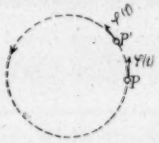


Fig. 5.

$$\dot{\varphi}(t) = \lim_{t'=t} \frac{\mathfrak{r}' - \mathfrak{r}}{t' - t}$$

hat die Richtung der Tangente in P. Jedem Punkte des Kreisumfanges kommt ein φ zu.

$$\dot{\varphi}(t) = \lim_{t'=t} \frac{\varphi(t') - \varphi(t)}{t' - t}$$

ist radial gegen das Zentrum gerichtet. Wir können so fortfahren: $\ddot{\varphi}$ ist wieder tangential, $\dddot{\varphi}$ radial.

Wir setzen

$$\varphi(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \ldots + a_n t^n;$$

$$\overset{(n-1)}{\varphi} = (n-1)!\,a_{n-1} + \frac{n!}{1} a_n t = (n-1)!\,(a_{n-1} + n a_n t);$$

$$\overset{(n)}{\varphi} = n!\,a_n; \quad \overset{(n+1)}{\varphi} = 0.$$

Da φ und $\overset{(n)}{\varphi}$ aufeinander senkrecht stehen, so ist

$$\left(\overset{(n-1)}{\varphi}\ \overset{(n)}{\varphi}\right) = n!\,(n-1)!\,\{(a_{n-1}a_n) + n a_n^2 t\}$$
$$= n!\,(n-1)!\,\{|a_{n-1}|\,|a_n|\cos(a_{n-1}a_n) + n|a_n|^2 t\} = 0$$

oder $$|a_{n-1}|\cos(a_{n-1}a_n) + n|a_n|\,t = 0;$$

es müßten $|a_{n-1}|$ und $|a_n|$ gleich Null sein; diesen Beweis könnten wir fortsetzen: es wäre daher $a_0 = a_1 = a_2 = \ldots = 0$, der Punkt M ruht.

Bewegt sich jedoch der Punkt M, so ist $n = \infty$ und $\varphi(t) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k t^k$.

Wir bilden nun für $t = 0$:

$$\varphi_0 = a_0, \quad \dot{\varphi}_0 = a_1, \quad \varphi_0 = 2a_2 \ldots \overset{(n)}{\varphi}_0 = n!\,a_n.$$

Es ist

$a_{2\nu}$ für $\nu = 0, 1, 2 \ldots \infty$ tangential

und $a_{2\nu+1}$ für $\nu = 0, 1, 2 \ldots \infty$ radial.

Daher gelten folgende Beziehungen:

$$a_1 t + a_3 t^3 + \ldots\ldots\ldots = 0,$$
$$2a_2 t + 4a_4 t^3 + \ldots\ldots\ldots = 0,$$
$$3 \cdot 2\,a_3 t + 5 \cdot 4\,a_5 t^3 + \ldots\ldots = 0,$$
$$4 \cdot 3 \cdot 2\,a_4 t + 6 \cdot 5 \cdot 4\,a_6 t^3 + \ldots = 0,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Wir wählen zwei voneinander unabhängige Vektoren $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$:

$$\mathfrak{A} = a_0 + a_2 t^2 + a_4 t^4 + \ldots\ldots = \sum_{\nu=0}^{\infty} a_{2\nu} t^{2\nu},$$

$$\mathfrak{B} = a_1 + 3a_3 t^2 + 5a_5 t^4 + \ldots = \sum_{\nu=0}^{\infty} (2\nu+1)\,a_{2\nu+1} t^{2\nu}$$

$$= b_0 + b_2 t^2 + b_4 t^4 + \ldots\ldots = \sum_{\nu=0}^{\infty} b_{2\nu} t^{2\nu};$$

$$\overset{(2\nu)}{\mathfrak{A}} = \overset{(2\nu)}{\varphi}; \quad \overset{(2\nu)}{\mathfrak{B}} = \overset{(2\nu+1)}{\varphi}; \quad \overset{(2\nu+1)}{\mathfrak{A}} = \overset{(2\nu+1)}{\mathfrak{B}} = 0.$$

$\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ bestimmen unsere Kreisbewegung vollkommen, ihre ungeraden Ableitungen verschwinden und ihre geraden sind den entsprechenden Ableitungen von φ gleich. Wir nennen $\mathfrak{A}$ den tangentialen und $\mathfrak{B}$ den radialen Vektor der Kreisbewegung.

§ 5. Die geradlinige Bewegung.

Wir lassen den Radius unseres Kreises unendlich groß werden, der radiale Vektor $\mathfrak{B}$ muß verschwinden. Für die geradlinige Bewegung gilt dann:

$$\varphi = \mathfrak{A} = a_0 + a_2 t^2 + a_4 t^4 + \ldots,$$
$$\overset{(2\nu)}{\varphi} = \overset{(2\nu)}{\mathfrak{A}} \text{ und } \overset{(2\nu+1)}{\varphi} = 0 \text{ für } \nu = 0, 1, 2 \ldots \infty.$$

Wir zerlegen den Vektor $\mathfrak{A}$ wieder in zwei Komponenten: $\mathfrak{C}$ und $\mathfrak{D}$. $\mathfrak{C}$ hat den Sinn der Bewegungsrichtung und $\mathfrak{D}$ den entgegengesetzten; alle $a_{4\nu+2}$ sind negativ, wir schreiben daher lieber $-b_{4\nu+2}$.

$$\mathfrak{A} = a_0 - b_2 t^2 + a_4 t^4 - b_6 t^6 + \ldots,$$

$$\mathfrak{C} = a_0 + a_4 t^4 + a_8 t^8 + \ldots\ldots = \sum_{\nu=0}^{\infty} a_{4\nu} t^{4\nu},$$

$$\mathfrak{D} = b_2 t^2 + b_6 t^6 + b_{10} t^{10} + \ldots = \sum_{\nu=0}^{\infty} b_{4\nu+2} t^{4\nu+2},$$

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{C} - \mathfrak{D}.$$

Da $\overset{(2\nu)}{\mathfrak{C}} = \overset{(2\nu)}{\mathfrak{D}}$ für $\nu = 1, 2, 3 \ldots \infty$, so sind alle a und b bis auf a_0 gleich Null.

Wir bilden zwei neue Vektoren vom gleichen Sinn und von gleicher Richtung wie $\mathfrak{A}$:

$$\mathfrak{M} = \sum_{\nu=0}^{\infty} b_{4\nu+1} t^{4\nu+1}, \quad \mathfrak{N} = \sum_{\nu=0}^{\infty} b_{4\nu+3} t^{4\nu+3},$$

$$\mathfrak{C} - \mathfrak{D} = (\mathfrak{C} + \mathfrak{M} + \mathfrak{N}) - (\mathfrak{D} + \mathfrak{M} + \mathfrak{N}).$$

LIBRARY

$$\mathfrak{P} = \mathfrak{A} + \mathfrak{M} + \mathfrak{N}; \quad \mathfrak{T} = \mathfrak{M} + \mathfrak{N};$$
$$\mathfrak{S} - \mathfrak{D} = \mathfrak{P} - \mathfrak{T}.$$

$\mathfrak{P}$ nennen wir die Geschwindigkeit und $\mathfrak{T}$ den Widerstand des Massenpunktes M.

$$\dot{\mathfrak{P}} = \mathfrak{b}_1 + 3\mathfrak{b}_3 t^2 + 5\mathfrak{b}_5 t^4 + 7\mathfrak{b}_7 t^6 + \ldots = \sum_{n=0}^{n=\infty} \mathfrak{b}_{2n+1} t^{2n}$$

heißen wir die Beschleunigung von M; sie ist die zeitliche Änderung der Geschwindigkeit; wir setzen nun alle $\mathfrak{b}$ bis auf $\mathfrak{b}_1$ gleich Null:

$$\dot{\mathfrak{P}} = \dot{\mathfrak{T}} = \mathfrak{b}_1; \quad \mathfrak{P} = \mathfrak{a}_0 + \mathfrak{b}_1 t; \quad \mathfrak{T} = \mathfrak{b}_1 t.$$

Es ist die geradlinige, gleichförmig beschleunigte Bewegung.

§ 6. Kraft und Masse.

Wir nehmen zwei Massenpunkte M_1 und M_2, die zwei räumlich getrennten Körpern angehören, an. Die Körper verharren nicht in Ruhe, sondern ziehen sich gegenseitig an. Die Ursache der Lagenänderung nennen wir Kraft. Die Kraft von M_2 auf M_1 ausgeübt, ist

$$\mathfrak{K}_1 = m_1 \mathfrak{b}_1$$

und die von M_1 auf M_2

$$\mathfrak{K}_2 = m_2 \mathfrak{b}_2;$$

erfahrungsgemäß ist $\mathfrak{K}_1 = -\mathfrak{K}_2$.

$\mathfrak{K}_1$ hat Sinn und Richtung von $\mathfrak{b}_1$, $\mathfrak{K}_2$ Sinn und Richtung von $\mathfrak{b}_2$; $\mathfrak{b}_1$ und $\mathfrak{b}_2$ besitzen dieselbe Richtung, aber entgegengesetzten Sinn.

Wegen $\mathfrak{K}_1 = -\mathfrak{K}_2$ ist $\mathfrak{K}_1$ auch dem m_2 proportional, wir können daher schreiben:

$$\mathfrak{K}_1 = m_1 m_2 \mathfrak{k}_1; \quad \mathfrak{K}_2 = m_1 m_2 \mathfrak{k}_2; \quad \mathfrak{k}_1 = -\mathfrak{k}_2.$$

$\frac{\mathfrak{K}_1}{\mathfrak{b}_1} = m_1$ ist die Masse von M_1

und $\frac{\mathfrak{K}_2}{\mathfrak{b}_2} = m_2$ die Masse von M_2.

§ 7. Verallgemeinerung des Kraftbegriffes.

Wir sagen über die Koeffizienten $\mathfrak{b}$ nichts aus:

$$\mathfrak{K}_1 + \mathfrak{K}_2 = 0;$$

$$\mathfrak{K}_1 = m_1 \dot{\mathfrak{P}}_1 = m_1 \{\mathfrak{b}_{11} + 3\mathfrak{b}_{13} t^2 + 5\mathfrak{b}_{15} t^4 + \cdots\}_t;$$

$$\mathfrak{K}_2 = m_2 \dot{\mathfrak{P}}_2 = m_2 \{\mathfrak{b}_{21} + 3\mathfrak{b}_{23} t^2 + 5\mathfrak{b}_{25} t^4 + \cdots\}_t$$

$$= -m_1 \dot{\mathfrak{P}}_1 = m_1 \{\mathfrak{b}_{11} + 3\mathfrak{b}_{13} t^2 + 5\mathfrak{b}_{15} t^4 + \cdots\}_t;$$

$$m_1 \mathfrak{b}_{11} + m_2 \mathfrak{b}_{21} = 0 \qquad \mathfrak{b}_{11} : -\mathfrak{b}_{21} = m_2 : m_1$$

$$m_1 \mathfrak{b}_{13} + m_2 \mathfrak{b}_{23} = 0 \qquad \mathfrak{b}_{12} : -\mathfrak{b}_{22} = m_2 : m_1$$

. . . . . .

$\mathfrak{K}_1$ ist auch dem m_2 und $\mathfrak{K}_2$ dem m_1 proportional. Wir setzen $\mathfrak{b}_{11} = m_2 \mathfrak{k}$ und heben $\mathfrak{b}_{11}$ heraus:

$$\mathfrak{K}_1 = m_1 m_2 \mathfrak{k} \{1 + \mathfrak{a}_2 t^2 + \mathfrak{a}_4 t^4 + \cdots\}_t = m_1 m_2 \mathfrak{k} \chi(t),$$
$$\mathfrak{K}_2 = -m_1 m_2 \mathfrak{k} \{1 + \mathfrak{a}_2 t^2 + \mathfrak{a}_4 t^4 + \ldots\}_t$$
$$= -m_1 m_2 \mathfrak{k} \chi(t)$$

für

$m_2 \mathfrak{k} = \mathfrak{b}_{11}$	$-m_1 \mathfrak{k} = \mathfrak{b}_{21}$
$m_2 \mathfrak{k} \mathfrak{a}_2 = 3\mathfrak{b}_{13}$	$-m_1 \mathfrak{k} \mathfrak{a}_2 = 3\mathfrak{b}_{23}$
$m_2 \mathfrak{k} \mathfrak{a}_4 = 5\mathfrak{b}_{15}$	$-m_1 \mathfrak{k} \mathfrak{a}_4 = 5\mathfrak{b}_{25}$
. . . . .	. . . . .

$\chi(t)$ ist eine skalare Funktion von t.

$m_1 = \frac{\mathfrak{K}_1}{\dot{\mathfrak{P}}_1}$ ist die Masse von M_1 und $m_2 = \frac{\mathfrak{K}_2}{\dot{\mathfrak{P}}_2}$ die Masse von M_2.

§ 8. Antrieb und Gegentrieb.

Wir betrachten wieder unseren Punkt M_1:

$$\mathfrak{K}_1 = m_1 \{\mathfrak{b}_{11} + 3\mathfrak{b}_{13} t^2 + 5\mathfrak{b}_{15} t^4 + \cdots\}_t;$$

wir integrieren zwischen t_1 und t_2:

$$\int_{t_1}^{t_2} \mathfrak{K}_1 dt = m_1 \{\mathfrak{b}_{11}(t_2 - t_1) + \mathfrak{b}_{13}(t_2^3 - t_1^3) + \mathfrak{b}_{15}(t_2^5 - t_1^5) + \cdots\}_t$$

nennen wir den Antrieb der Kraft $\mathfrak{K}_1$, wieder ein Vektor.

Wir bilden einen neuen Vektor

$$\{m_1 \mathfrak{T}_1\}_{t_1}^{t_2} = \int_{t_1}^{t_2} \mathfrak{K}_1 \, dt.$$

$\{m_1 \mathfrak{T}_1\}_{t_1}^{t_2}$ heißen wir den Gegentrieb des Punktes M_1. Antrieb ist gleich Gegentrieb.

§ 9. Das Energieprinzip.

Den Skalar $\mathcal{J} = \int_0^{\mathfrak{T}_1} m_1 (\mathfrak{T}_1 \, d\mathfrak{T}_1)$ nennen wir die innere und den Skalar $A = \int_0^{\mathfrak{P}_1} m_1 (\mathfrak{P}_1 \, d\mathfrak{P}_1)$ die äußere Energie unseres Massenpunktes M_1. $\mathcal{J}$ ist eine Funktion des Widerstandes $\mathfrak{T}_1$ und A eine Funktion der Geschwindigkeit $\mathfrak{P}_1$.

$$A = \frac{m_1 \mathfrak{P}_1^2}{2};$$

$$\mathcal{J} = \frac{m_1 \mathfrak{T}_1^2}{2} = \frac{m_1}{2} \left(\{\mathfrak{P}_1 - \mathfrak{a}_{10}\} \{\mathfrak{P}_1 - \mathfrak{a}_{10}\} \right) =$$

$$= \frac{m_1 \mathfrak{P}_1^2}{2} - m_1 \left(\mathfrak{P}_1 \mathfrak{a}_{10} \right) + \frac{m_1 \mathfrak{a}_{10}^2}{2};$$

$$\{A - \mathcal{J}\} + \frac{m_1 \mathfrak{a}_{10}^2}{2} = m_1 \left(\mathfrak{P}_1 \mathfrak{a}_{10} \right).$$

Der Überschuß der äußeren über die innere Energie kennzeichnet die wirkliche Vorwärts-

bewegung von M_1; wir heißen $W = (A - \mathfrak{T})$ die wirkliche Energie von M_1.

$$W = m_1 \left(\mathfrak{P}_1 \mathfrak{a}\right)_{10} - \frac{m_1 \mathfrak{a}_{10}^2}{2};$$

$$\frac{dW}{dt} = m_1 \left(\dot{\mathfrak{P}}_1 \mathfrak{a}\right)_{10} = \left(\mathfrak{K}_1 \mathfrak{a}\right)_{10} = (\mathfrak{K}_1 \{\mathfrak{P}_1 - \mathfrak{T}_1\}).$$

Leoben, 19. November 1908.

(Eingegangen 21. November 1908.)

Die Lorenzsche Theorie der Kreiselräder [1].

Erwiderung auf den Aufsatz des Herrn R. Löwy.

Von V. Fischer.

Da außer Prašil und Mises auch ich darauf hingewiesen habe, daß die von Lorenz in die hydrodynamischen Gleichungen eingeführten und als Zwangsbeschleunigungen bezeichneten Größen willkürlich sind[2]), möchte ich mir gegen den genannten Aufsatz des Herrn Löwy einen Einwand erlauben:

Herr Löwy sagt: „Strömt die Flüssigkeit zwischen feststehenden Schaufelflächen, so wird wohl im allgemeinen der Druck an diesen Flächen unstetig werden".

Dazu ist zu bemerken, daß im allgemeinen eine Unstetigkeit nicht vorhanden ist (siehe die Figur[3])). Nur bei der speziellen Annahme, daß wir die Schaufeldicke d vernachlässigen und die Punkte A und B in eine Senkrechte fallen, können wir eine unstetige Druckverteilung zugrunde legen. An den Unstetigkeitsflächen wird

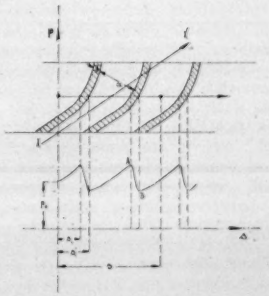
$$\frac{\partial p}{\partial s} = \infty,$$

was nur sinngemäß ist. Es besagt, daß in diesem Falle die Schaufel- jetzt Unstetigkeitsflächen, als absolut starr angenommen werden müssen, um die in ihnen unendlich groß werdenden Spannkräfte[4]) aufzunehmen. Analog werden auch Trägheitskräfte bei plötzlicher, also unstetiger Geschwindigkeitsänderung unendlich groß.

Nehmen wir nun eine unendlich große Schaufelzahl an, wodurch die Kanalweite unendlich klein erster Ordnung wird, so müssen wir, wenn die Schaufelflächen Unstetigkeitsflächen bleiben sollen, wie dies im Ausdruck (2) des Herrn Löwy vorausgesetzt ist, diese unendlich klein zweiter Ordnung annehmen d. h. das Größenverhältnis zwischen d und a darf sich bei dem Übergang zu unendlich vielen Schaufeln nicht ändern, und es bleibt

$$\frac{\partial p}{\partial s} = \infty.$$

Nehmen wir aber die Schaufeldicke unendlich klein von erster Ordnung an, also von gleicher Dimension wie die Kanalweite, dann tritt wieder der Fall der Figur ein, d. h. es sind die Schaufelflächen keine Unstetigkeitsflächen, da die Dicke gegen die Kanalweite unter diesen Umständen nicht vernachlässigt werden kann. Von einem $\frac{\partial p}{\partial s}$ an einer Unstetigkeitsfläche kann man jetzt nicht mehr



reden, da sie ebensowenig besteht wie in dem Falle der Figur. Herr Löwy hat aber, wie aus seinem Grenzübergang hervorgeht, diesen Fall vor Augen. Außerdem haben wir es dann nicht mehr mit einer Flüssigkeit, sondern mit einer hypothetischen Substanz zu tun, bei der unendlich dünne Schichten flüssiger und fester Masse einander abwechseln.

Es ist auch nicht einzusehen, inwiefern man in Ausdruck 2 das Summenzeichen weglassen könnte und welche Berechtigung die Superpositionen haben, die Herrn Löwy zur Gleichung 3 und 4 führen.

Wien, am 18. Dezember 1908.

(Eingegangen 20. Dezember 1908.)

1) Diese Zeitschr. **9**, 858, 1908.

2) V. Fischer, Die Hauptgleichungen der allgem. Turbinentheorie. Rundschau für Technik u. Wirtschaft, Nr. 13 u. 14, 1908.

3) Man hätte nach Herrn Löwy auch eine beliebige Richtung $X X$ wählen können. — Auf die kompliziertere Spannungsverteilung in den Schaufeln ist bei der schematischen Skizze keine Rücksicht genommen.

4) Über die Bezeichnung „Spannkraft" siehe meine Arbeit: Beiträge zur allgemeinen Turbinentheorie. Zeitschr. f. d. ges. Turbinenw., S. 397, 1908.

VORTRÄGE VON DER 80. NATURFORSCHERVERSAMMLUNG ZU KÖLN.

H. Minkowski† (Göttingen), Raum und Zeit[1]).

M. H.! Die Anschauungen über Raum und Zeit, die ich Ihnen entwickeln möchte, sind auf experimentell-physikalischem Boden erwachsen. Darin liegt ihre Stärke. Ihre Tendenz ist eine radikale. Von Stund an sollen Raum für sich und Zeit für sich völlig zu Schatten herabsinken und nur noch eine Art Union der beiden soll Selbständigkeit bewahren.

I.

Ich möchte zunächst ausführen, wie man von der gegenwärtig angenommenen Mechanik wohl durch eine rein mathematische Überlegung zu veränderten Ideen über Raum und Zeit kommen könnte. Die Gleichungen der Newtonschen Mechanik zeigen eine zweifache Invarianz. Einmal bleibt ihre Form erhalten, wenn man das zugrunde gelegte räumliche Koordinatensystem einer beliebigen Lageveränderung unterwirft, zweitens, wenn man es in seinem Bewegungszustande verändert, nämlich ihm irgendeine gleichförmige Translation aufprägt; auch spielt der Nullpunkt der Zeit keine Rolle. Man ist gewohnt, die Axiome der Geometrie als erledigt anzusehen, wenn man sich reif für die Axiome der Mechanik fühlt, und deshalb werden jene zwei Invarianzen wohl selten in einem Atemzuge genannt. Jede von ihnen bedeutet eine gewisse Gruppe von Transformationen in sich für die Differentialgleichungen der Mechanik. Die Existenz der ersteren Gruppe sieht man als einen fundamentalen Charakter des Raumes an. Die zweite Gruppe straft man am liebsten mit Verachtung, um leichten Sinnes darüber hinwegzukommen, daß man von den physikalischen Erscheinungen her niemals entscheiden kann, ob der als ruhend vorausgesetzte Raum sich nicht am Ende in einer gleichförmigen Translation befindet. So führen jene zwei Gruppen ein völlig getrenntes Dasein nebeneinander. Ihr gänzlich heterogener Charakter mag davon abgeschreckt haben, sie zu komponieren. Aber gerade die komponierte volle Gruppe als Ganzes gibt uns zu denken auf.

Wir wollen uns die Verhältnisse graphisch zu veranschaulichen suchen. Es seien x, y, z rechtwinklige Koordinaten für den Raum und t bezeichne die Zeit. Gegenstand unserer Wahrnehmung sind immer nur Orte und Zeiten verbunden. Es hat niemand einen Ort anders bemerkt als zu einer Zeit, eine Zeit anders als an einem Orte. Ich respektiere aber noch das Dogma, daß Raum und Zeit je eine unabhängige Bedeutung haben. Ich will einen Raumpunkt zu einem Zeitpunkt, d. i. ein Wertsystem x, y, z, t einen Weltpunkt nennen. Die Mannigfaltigkeit aller denkbaren Wertsysteme x, y, z, t soll die Welt heißen. Ich könnte mit kühner Kreide vier Weltachsen auf die Tafel werfen. Schon eine gezeichnete Achse besteht aus lauter schwingenden Molekülen und macht zudem die Reise der Erde im All mit, gibt also bereits genug zu abstrahieren auf; die mit der Anzahl 4 verbundene etwas größere Abstraktion tut dem Mathematiker nicht wehe. Um nirgends eine gähnende Leere zu lassen, wollen wir uns vorstellen, daß aller Orten und zu jeder Zeit etwas Wahrnehmbares vorhanden ist. Um nicht Materie oder Elektrizität zu sagen, will ich für dieses Etwas das Wort Substanz brauchen. Wir richten unsere Aufmerksamkeit auf den im Weltpunkt x, y, z, t vorhandenen substantiellen Punkt und stellen uns vor, wir sind imstande, diesen substantiellen Punkt zu jeder anderen Zeit wieder zu erkennen. Einem Zeitelement dt mögen die Änderungen dx, dy, dz der Raumkoordinaten dieses substantiellen Punktes entsprechen. Wir erhalten dann als Bild sozusagen für den ewigen Lebenslauf des substantiellen Punktes eine Kurve in der Welt, eine Weltlinie, deren Punkte sich eindeutig auf den Parameter t von $-\infty$ bis $+\infty$ beziehen lassen. Die ganze Welt erscheint aufgelöst in solche Weltlinien, und ich möchte sogleich vorwegnehmen, daß meiner Meinung nach die physikalischen Gesetze ihren vollkommensten Ausdruck als Wechselbeziehungen unter diesen Weltlinien finden dürften.

Durch die Begriffe Raum und Zeit fallen die x, y, z-Mannigfaltigkeit $t = 0$ und die t-Achse auseinander. Halten wir der Einfach-

1) Wenige Tage vor Beginn der Weihnachtsferien erzählte mir Minkowski, daß er soeben das versprochene Manuskript seines Vortrages an die Redaktion der Physikalischen Zeitschrift abgesandt habe; vier Tage vor seinem Tode sprach ich mit ihm über den Inhalt der Arbeit. Niemand, der den jugendkräftigen, schaffensfrohen Mann sah, konnte ahnen, daß der Tod schon seinen schwarzen Flügel über ihn gebreitet hatte. Mit ungewöhnlichem Glanze hatte die wissenschaftliche Laufbahn Minkowskis begonnen. Erst 19 Jahre alt errang er mit einer zahlentheoretischen Arbeit den großen Preis der Pariser Akademie. Aus neuen Bahnen, aus Arbeiten von tiefster Wirkung, als deren Ziel ein neues, einheitlicheres physikalisches Bild der Welt ihm erschien, hat ein tragisches Geschick ihn hinweggerafft. Aber ihm selber war es noch in den letzten Stunden seines Lebens ein tröstlicher Gedanke, daß seine Ideen in der Wissenschaft leben, daß andere Hände an seinen Theorien weiter bauen werden. In unserer Erinnerung aber wird er leben nicht bloß als der geniale Mathematiker, sondern auch als der liebenswerte und anspruchslose, hilfsbereite und gute Mensch. (E. R.)

heit wegen den Nullpunkt von Raum und Zeit fest, so bedeutet die zuerst genannte Gruppe der Mechanik, daß wir die x, y, z-Achsen in $t = 0$ einer beliebigen Drehung um den Nullpunkt unterwerfen dürfen, entsprechend den homogenen linearen Transformationen des Ausdrucks

$$x^2 + y^2 + z^2$$

in sich. Die zweite Gruppe aber bedeutet, daß wir, ebenfalls ohne den Ausdruck der mechanischen Gesetze zu verändern,

x, y, z, t durch $x - \alpha t$, $y - \beta t$, $z - \gamma t$, t

mit irgendwelchen Konstanten α, β, γ ersetzen dürfen. Der Zeitachse kann hiernach eine völlig beliebige Richtung nach der oberen halben Welt $t > 0$ gegeben werden. Was hat nun die Forderung der Orthogonalität im Raume mit dieser völligen Freiheit der Zeitachse nach oben hin zu tun?

Die Verbindung herzustellen, nehmen wir einen positiven Parameter c und betrachten das Gebilde

$$c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = 1.$$

Es besteht aus zwei durch $t = 0$ getrennten Schalen nach Analogie eines zweischaligen Hyperboloids. Wir betrachten die Schale im Gebiete $t > 0$, und wir fassen jetzt diejenigen homogenen linearen Transformationen von x, y, z, t in vier neue Variable x', y', z', t' auf, wobei der Ausdruck dieser Schale in den neuen Variablen entsprechend wird. Zu diesen Transformationen gehören offenbar die Drehungen des Raumes um den Nullpunkt. Ein volles Verständnis der übrigen jener Transformationen erhalten wir hernach bereits, wenn wir eine solche unter ihnen ins Auge fassen, bei der y und z ungeändert bleiben. Wir zeichnen den Durchschnitt jener Schale mit der Ebene der x- und der t-Achse, den oberen Ast der Hyperbel $c^2 t^2 - x^2 = 1$, mit seinen Asymptoten

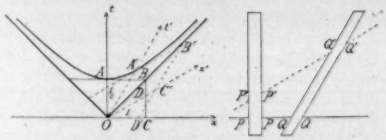


Fig. 1.

(Fig. 1). Ferner werde ein beliebiger Radiusvektor OA' dieses Hyperbelastes vom Nullpunkte O aus eingetragen, die Tangente in A' an die Hyperbel bis zum Schnitte B' mit der Asymptote rechts gelegt, $OA'B'$ zum Parallelogramm $OA'B'C'$ vervollständigt, endlich für das spätere noch $B'C'$ bis zum Schnitt D' mit der x-Achse durchgeführt. Nehmen wir nun OC' und OA' als Achsen für Parallelkoordinaten x', t' mit den Maßstäben $OC' = 1$, $OA' = 1/c$, so erlangt jener Hyperbelast wieder den Ausdruck $c^2 t'^2 - x'^2 = 1$, $t' > 0$, und der Übergang von x, y, z, t zu x', y', z', t' ist eine der fraglichen Transformationen. Wir nehmen nun zu den charakterisierten Transformationen noch die beliebigen Verschiebungen des Raum- und Zeit-Nullpunktes hinzu und konstituieren damit eine offenbar noch von dem Parameter c abhängige Gruppe von Transformationen, die ich mit G_c bezeichne.

Lassen wir jetzt c ins Unendliche wachsen, also $1/c$ nach Null konvergieren, so leuchtet an der beschriebenen Figur ein, daß der Hyperbelast sich immer mehr der x-Achse anschmiegt, der Asymptotenwinkel sich zu einem gestreckten verbreitert, jene spezielle Transformation in der Grenze sich in eine solche verwandelt, wobei die t'-Achse eine beliebige Richtung nach oben haben kann und x' immer genauer sich an x annähert. Mit Rücksicht hierauf ist klar, daß aus der Gruppe G_c in der Grenze für $c = \infty$, also als Gruppe G_∞, eben jene zu der Newtonschen Mechanik gehörige volle Gruppe wird. Bei dieser Sachlage und da G_c mathematisch verständlicher ist als G_∞, hätte wohl ein Mathematiker in freier Phantasie auf den Gedanken verfallen können, daß am Ende die Naturerscheinungen tatsächlich eine Invarianz nicht bei der Gruppe G_∞, sondern vielmehr bei einer Gruppe G_c mit bestimmtem endlichen, nur in den gewöhnlichen Maßeinheiten äußerst großen c besitzen. Eine solche Ahnung wäre ein außerordentlicher Triumph der reinen Mathematik gewesen. Nun, da die Mathematik hier nur mehr Treppenwitz bekundet, bleibt ihr doch die Genugtuung, daß sie dank ihren glücklichen Antezedenzien mit ihren in freier Fernsicht geschärften Sinnen die tiefgreifenden Konsequenzen einer solchen Ummodelung unserer Naturauffassung auf der Stelle zu erfassen vermag.

Ich will sogleich bemerken, um welchen Wert für c es sich schließlich handeln wird. Für c wird die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes im leeren Raume eintreten. Um weder vom Raum, noch von Leere zu sprechen, können wir diese Größe wieder als das Verhältnis der elektrostatischen und der elektromagnetischen Einheit der Elektrizitätsmenge kennzeichnen.

Das Bestehen der Invarianz der Naturgesetze für die bezügliche Gruppe G_c würde nun so zu fassen sein:

Man kann aus der Gesamtheit der Naturerscheinungen durch sukzessiv gesteigerte Approximationen immer genauer ein Bezugsystem x, y, z und t, Raum und Zeit, ableiten, mittels dessen die Erscheinungen sich dann nach bestimmten Gesetzen darstellen. Dieses Bezugsystem ist dabei aber durch die Erscheinungen

keineswegs eindeutig festgelegt. Man kann das Bezugssystem noch entsprechend den Transformationen der genannten Gruppe G_c beliebig verändern, ohne daß der Ausdruck der Naturgesetze sich dabei verändert.

Z. B. kann man der beschriebenen Figur entsprechend auch t' Zeit benennen, muß dann aber im Zusammenhange damit notwendig den Raum durch die Mannigfaltigkeit der drei Parameter x', y, z definieren, wobei nun die physikalischen Gesetze mittels x', y, z, t' sich genau ebenso ausdrücken würden, wie mittels x, y, z, t. Hiernach würden wir dann in der Welt nicht mehr den Raum, sondern unendlich viele Räume haben, analog wie es im dreidimensionalen Raume unendlich viele Ebenen gibt. Die dreidimensionale Geometrie wird ein Kapitel der vierdimensionalen Physik. Sie erkennen, weshalb ich am Eingange sagte, Raum und Zeit sollen zu Schatten herabsinken und es soll nur eine Welt an sich bestehen.

II.

Nun ist die Frage, welche Umstände zwingen uns die veränderte Auffassung von Raum und Zeit auf, widerspricht sie tatsächlich niemals den Erscheinungen, endlich gewährt sie Vorteile für die Beschreibung der Erscheinungen?

Bevor wir hierauf eingehen, sei eine wichtige Bemerkung vorangestellt. Haben wir Raum und Zeit irgendwie individualisiert, so entspricht einem ruhenden substantiellen Punkte als Weltlinie eine zur t-Achse parallele Gerade, einem gleichförmig bewegten substantiellen Punkte eine gegen die t-Achse geneigte Gerade, einem ungleichförmig bewegten substantiellen Punkte eine irgendwie gekrümmte Weltlinie. Fassen wir in einem beliebigen Weltpunkte x, y, z, t die dort durchlaufende Weltlinie auf und finden wir sie dort parallel mit irgendeinem Radiusvektor OA' der vorhin genannten hyperboloidischen Schale, so können wir OA' als neue Zeitachse einführen, und bei den damit gegebenen neuen Begriffen von Raum und Zeit erscheint die Substanz in dem betreffenden Weltpunkte als ruhend. Wir wollen nun dieses fundamentale Axiom einführen: Die in einem beliebigen Weltpunkte vorhandene Substanz kann stets bei geeigneter Festsetzung von Raum und Zeit als ruhend aufgefaßt werden. Das Axiom bedeutet, daß in jedem Weltpunkte stets der Ausdruck

$$c^2\,dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

positiv ausfällt oder, was damit gleichbedeutend ist, daß jede Geschwindigkeit v stets kleiner als c ausfällt. Es würde danach für alle substantiellen Geschwindigkeiten c als obere Grenze bestehen und hierin eben die tiefere Bedeutung der Größe c liegen. Dieses Axiom hat beim ersten Eindruck etwas Mißfälliges. Es ist aber zu bedenken, daß nun eine modifizierte Mechanik Platz greifen wird, in der die Quadratwurzel aus jener Differentialverbindung zweiten Grades eingeht, so daß Fälle mit Überlichtgeschwindigkeit nur mehr eine Rolle spielen werden, etwa wie in der Geometrie Figuren mit imaginären Koordinaten.

Der Anstoß und wahre Beweggrund für die Annahme der Gruppe G_c nun kam daher, daß die Differentialgleichung für die Fortpflanzung von Lichtwellen im leeren Raume jene Gruppe G_c[1]) besitzt. Andererseits hat der Begriff starrer Körper nur in einer Mechanik mit der Gruppe G_∞ einen Sinn. Hat man nun eine Optik mit G_c und gäbe es andererseits starre Körper, so ist leicht abzusehen, daß durch die zwei zu G_c und zu G_∞ gehörigen hyperboloidischen Schalen eine t-Richtung ausgezeichnet sein würde, und das würde weiter die Konsequenz haben, daß man an geeigneten starren optischen Instrumenten im Laboratorium einen Wechsel der Erscheinungen bei verschiedener Orientierung gegen die Fortschreitungsrichtung der Erde müßte wahrnehmen können. Alle auf dieses Ziel gerichteten Bemühungen, insbesondere ein berühmter Interferenzversuch von Michelson, hatten jedoch ein negatives Ergebnis. Um eine Erklärung hierfür zu gewinnen, bildete H. A. Lorentz eine Hypothese, deren Erfolg eben in der Invarianz der Optik für die Gruppe G_c liegt. Nach Lorentz soll jeder Körper, der eine Bewegung besitzt, in Richtung der Bewegung eine Verkürzung erfahren haben und zwar bei einer Geschwindigkeit v im Verhältnisse

$$1 : \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Diese Hypothese klingt äußerst phantastisch. Denn die Kontraktion ist nicht etwa als Folge von Widerständen im Äther zu denken, sondern rein als Geschenk von oben, als Begleitumstand des Umstandes der Bewegung.

Ich will nun an unserer Figur zeigen, daß die Lorentzsche Hypothese völlig äquivalent ist mit der neuen Auffassung von Raum und Zeit, wodurch sie viel verständlicher wird. Abstrahieren wir der Einfachheit wegen von y und z und denken uns eine räumlich eindimensionale Welt, so sind ein wie die t-Achse aufrechter und ein gegen die t-Achse geneigter Parallelstreifen (s. Fig. 1) Bilder für den Verlauf eines ruhenden, bezüglich eines gleich-

1) Eine wesentliche Anwendung dieser Tatsache findet sich bereits bei W. Voigt, Göttinger Nachr. 1887, S. 41.

förmig bewegten Körpers, der jedesmal eine konstante räumliche Ausdehnung behält. Ist OA' parallel dem zweiten Streifen, so können wir t' als Zeit und x' als Raumkoordinate einführen, und es erscheint dann der zweite Körper als ruhend, der erste als gleichförmig bewegt. Wir nehmen nun an, daß der erste Körper als ruhend aufgefaßt die Länge l hat, d. h. der Querschnitt PP des ersten Streifens auf der x-Achse $= l \cdot OC$ ist, wo OC den Einheitsmaßstab auf der x-Achse bedeutet, und daß andererseits der zweite Körper als ruhend aufgefaßt die gleiche Länge l hat; letzteres heißt dann, daß der parallel der x'-Achse gemessene Querschnitt des zweiten Streifens, $QQ = l \cdot OC'$ ist. Wir haben nunmehr in diesen zwei Körpern Bilder von zwei gleichen Lorentzschen Elektronen, einem ruhenden und einem gleichförmig bewegten. Halten wir aber an den ursprünglichen Koordinaten x, t fest, so ist als Ausdehnung des zweiten Elektrons der Querschnitt QQ seines zugehörigen Streifens parallel der x-Achse anzugeben. Nun ist offenbar, da $QQ = l \cdot OC'$ ist, $QQ = l \cdot OD'$. Eine leichte Rechnung ergibt, wenn dx/dt für den zweiten Streifen $= v$ ist,

$$OD' = OC \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

also auch

$$PP : QQ = 1 : \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Dies ist aber der Sinn der Lorentzschen Hypothese von der Kontraktion der Elektronen bei Bewegung. Fassen wir andererseits das zweite Elektron als ruhend auf, adoptieren also das Bezugssystem x', t', so ist als Länge des ersten der Querschnitt $P'P'$ seines Streifens parallel OC' zu bezeichnen und wir würden in dem nämlichen Verhältnisse das erste Elektron gegen das zweite verkürzt finden; denn es ist

$$P'P' : Q'Q' = OD : OC' = OD' : OC = QQ : PP.$$

Lorentz nannte die Verbindung t' von x und t Ortszeit des gleichförmig bewegten Elektrons und verwandte eine physikalische Konstruktion dieses Begriffs zum besseren Verständnis der Kontraktionshypothese. Jedoch scharf erkannt zu haben, daß die Zeit des einen Elektrons ebensogut wie die des anderen ist, d. h. daß t und t' gleich zu behandeln sind, ist erst das Verdienst von A. Einstein[1]). Damit war nun zunächst die Zeit als ein durch die Erscheinungen eindeutig festgelegter Begriff abgesetzt. An dem Begriffe des Raumes rüttelten weder Einstein noch Lorentz, vielleicht deshalb nicht, weil bei der genannten speziellen Transformation, wo die x', t'-Ebene sich mit der x, t-Ebene deckt, eine Deutung möglich ist, als sei die x-Achse des Raumes in ihrer Lage erhalten geblieben. Über den Begriff des Raumes in entsprechender Weise hinwegzuschreiten, ist auch wohl nur als Verwegenheit mathematischer Kultur einzutaxieren. Nach diesem zum wahren Verständnis der Gruppe G_c jedoch unerläßlichen weiteren Schritt aber scheint mir das Wort Relativitätspostulat für die Forderung einer Invarianz bei der Gruppe G_c sehr matt. Indem der Sinn des Postulats wird, daß durch die Erscheinungen nur die in Raum und Zeit vierdimensionale Welt gegeben ist, aber die Projektion in Raum und in Zeit noch mit einer gewissen Freiheit vorgenommen werden kann, möchte ich dieser Behauptung eher den Namen Postulat der absoluten Welt (oder kurz Weltpostulat) geben.

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. **17**, 891, 1905; Jahrb. d. Radioaktivität u. Elektronik **4**, 411, 1907.

III.

Durch das Weltpostulat wird eine gleichartige Behandlung der vier Bestimmungsstücke x, y, z, t eines Weltpunktes möglich. Dadurch gewinnen, wie ich jetzt ausführen will, die Formen, unter denen die physikalischen Gesetze sich abspielen, an Verständlichkeit. Vor allem erlangt nunmehr der Begriff der Beschleunigung ein scharf hervortretendes Gepräge.

Ich werde mich einer geometrischen Ausdrucksweise bedienen, die sich sofort darbietet, indem man im Tripel x, y, z stillschweigend von z abstrahiert. Einen beliebigen Weltpunkt O sprechen wir als Raum-Zeit-Nullpunkt an. Der Kegel

$$c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = 0$$

mit O als Spitze (Fig. 2) besteht aus zwei Teilen, einem mit Werten $t < 0$, einem anderen

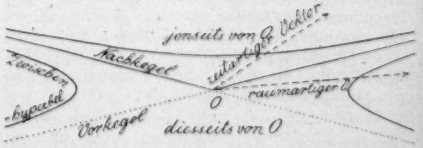


Fig. 2.

mit Werten $t > 0$. Der erste, der Vorkegel von O, besteht, sagen wir aus allen Weltpunkten, die „Licht nach O senden", der zweite, der Nachkegel von O, aus allen Weltpunkten, die „Licht von O empfangen". Das vom Vorkegel allein begrenzte Gebiet mag diesseits von O, das vom Nachkegel allein begrenzte jenseits

von O heißen. Jenseits O fällt die schon betrachtete hyperboloidische Schale

$$F = c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = 1, \quad t > 0.$$

Das Gebiet zwischen den Kegeln wird erfüllt von den einschaligen hyperboloidischen Gebilden

$$-F = x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = k^2$$

zu allen konstanten positiven Werten k^2. Wichtig sind für uns die Hyperbeln mit O als Mittelpunkt, die auf diesen letzten Gebilden liegen. Die einzelnen Äste dieser Hyperbeln sollen kurz die Zwischenhyperbeln zum Zentrum O heißen. Ein solcher Hyperbelast würde, als Weltlinie eines substantiellen Punktes gedacht, eine Bewegung repräsentieren, die für $t = -\infty$ und $t = +\infty$ asymptotisch auf die Lichtgeschwindigkeit c ansteigt.

Nennen wir in Analogie zum Vektorbegriff im Raume jetzt eine gerichtete Strecke in der Mannigfaltigkeit der x, y, z, t einen Vektor, so haben wir zu unterscheiden zwischen den zeitartigen Vektoren mit Richtungen von O nach der Schale $+F = 1$, $t > 0$ und den raumartigen Vektoren mit Richtungen von O nach $-F = 1$. Die Zeitachse kann jedem Vektor der ersteren Art parallel laufen. Ein jeder Weltpunkt zwischen Vorkegel und Nachkegel von O kann stets durch das Bezugssystem als gleichzeitig mit O, aber ebensogut auch als früher oder später als O eingerichtet werden. Jeder Weltpunkt diesseits O ist notwendig stets früher, jeder Weltpunkt jenseits O notwendig stets später als O. Der Grenze $c = \infty$ entspricht ein vollständiges Zusammenklappen des keilförmigen Ausschnitts zwischen Vor- und Nachkegel in die Mannigfaltigkeit $t = 0$. In den gezeichneten Figuren ist absichtlich dieser Ausschnitt mit verschiedenen Breiten angelegt.

Einen beliebigen Vektor, wie von O nach x, y, z, t, zerlegen wir in die Komponenten x, y, z, t. Sind die Richtungen zweier Vektoren beziehungsweise die eines Radiusvektors OR an eine der Flächen $+F = 1$ und dazu einer Tangente RS im Punkte R der betreffenden Fläche, so sollen die Vektoren normal zueinander heißen. Danach ist

$$c^2tt_1 - xx_1 - yy_1 - zz_1 = 0$$

die Bedingung dafür, daß die Vektoren mit den Komponenten x, y, z, t und x_1, y_1, z_1, t_1 normal zueinander sind.

Für die Beträge von Vektoren der verschiedenen Richtungen sollen die Einheitsmaßstäbe dadurch fixiert sein, daß einem raumartigen Vektor von O nach $-F = 1$ stets der Betrag 1, einem zeitartigen Vektor von O nach $+F = 1$, $t > 0$ stets der Betrag $1/c$ zugeschrieben wird.

Denken wir uns nun in einem Weltpunkte $P(x, y, z, t)$ die dort durchlaufende Weltlinie eines substantiellen Punktes, so entspricht danach dem zeitartigen Vektorelement dx, dy, dz, dt der Linie von P aus der Betrag

$$d\tau = \frac{1}{c}\sqrt{c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2}.$$

Das Integral $\int d\tau = \tau$ dieses Betrages auf der Weltlinie von irgendeinem fixierten Anfangspunkte P_0 bis zu dem variabeln Endpunkte P geführt, nennen wir die Eigenzeit des substantiellen Punktes in P. Auf der Weltlinie betrachten wir x, y, z, t, d. h. die Komponenten des Vektors OP, als Funktionen der Eigenzeit τ, bezeichnen deren erste Differentialquotienten nach τ mit $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{t}$, deren zweite Differentialquotienten nach τ mit $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \ddot{t}$ und nennen die zugehörigen Vektoren, die Ableitung von OP nach τ den Bewegungsvektor in P, die Ableitung des letzteren nach τ den Beschleunigungsvektor in P. Dabei gilt

$$c^2\dot{t}^2 - \dot{x}^2 - \dot{y}^2 - \dot{z}^2 = c^2,$$
$$c^2\dot{t}\ddot{t} - \dot{x}\ddot{x} - \dot{y}\ddot{y} - \dot{z}\ddot{z} = 0,$$

d. h. der Bewegungsvektor ist der zeitartige Vektor in Richtung der Weltlinie in P vom Betrage 1 und der Beschleunigungsvektor ist normal zum Bewegungsvektor, also gewiß ein raumartiger Vektor.

Nun gibt es einen eindeutig bestimmten Hyperbelast, der mit der Weltlinie in P drei unendlich benachbarte Punkte gemein hat und dessen Asymptoten Erzeugende bez. eines Vorkegels und eines Nachkegels sind. Dieser Hyperbelast heiße die Krümmungshyperbel in P (s. unten Fig. 3). Ist M das Zentrum dieser Hyperbel, so handelt es sich hier also um eine Zwischenhyperbel mit dem Zentrum M. Nun sei ϱ der Betrag des Vektors MP, so erkennen wir den Beschleunigungsvektor in P als den Vektor in Richtung MP vom Betrage c^2/ϱ.

Sind $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \ddot{t}$ sämtlich Null, so reduziert sich die Krümmungshyperbel auf die in P die Weltlinie berührende Gerade und es ist $\varrho = \infty$ zu setzen.

IV.

Um darzutun, daß die Annahme der Gruppe G_c für die physikalischen Gesetze nirgends zu einem Widerspruche führt, ist es unumgänglich, eine Revision der gesamten Physik auf Grund der Voraussetzung dieser Gruppe vorzunehmen. Diese Revision ist bereits in einem gewissen Umfange erfolgreich geleistet für Fragen der

Thermodynamik und Wärmestrahlung[1]), für die elektromagnetischen Vorgänge, endlich für die Mechanik unter Aufrechterhaltung des Massenbegriffes[2]).

Für letzteres Gebiet ist vor allem die Frage aufzuwerfen: Wenn eine Kraft mit den Komponenten X, Y, Z nach den Raumachsen in einem Weltpunkte $P(x, y, z, t)$ angreift, wo der Bewegungsvektor $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{t}$ ist, als welche Kraft ist diese Kraft bei einer Änderung des Bezugssystems aufzufassen?

Nun existieren gewisse erprobte Ansätze betreffs der ponderomotorischen Kraft im elektromagnetischen Felde in denjenigen Fällen, wo die Gruppe G_c unzweifelhaft zuzulassen ist. Diese Ansätze führen zu der einfachen Regel: Bei Änderung des Bezugsystems ist die vorausgesetzte Kraft derart in dem neuen Raumkoordinat als Kraft zu beurteilen, daß dabei der zugehörige Vektor mit den Komponenten

$$iX,\ iY,\ iZ,\ iT,$$

wo

$$T = \frac{1}{c^2}\left(\frac{\dot{x}}{\dot{t}}X + \frac{\dot{y}}{\dot{t}}Y + \frac{\dot{z}}{\dot{t}}Z\right)$$

die durch c^2 dividierte Arbeitsleistung der Kraft im Weltpunkte ist, sich unverändert erhält. Dieser Vektor ist stets normal zum Bewegungsvektor in P. Ein solcher zu einer Kraft in P gehörender vierdimensionaler Vektor soll ein bewegender Kraftvektor in P heißen.

Nun werde die durch P laufende Weltlinie von einem substantiellen Punkte mit konstanter mechanischer Masse m beschrieben. Das m-fache des Bewegungsvektors in P heiße Impulsvektor in P, das $m$fache des Beschleunigungsvektors in P der Kraftvektor der Bewegung in P. Nach diesen Definitionen lautet das Gesetz dafür, wie die Bewegung eines Massenpunktes bei gegebenem bewegenden Kraftvektor statthat:

Der Kraftvektor der Bewegung ist gleich dem bewegenden Kraftvektor[3]).

Diese Aussage faßt vier Gleichungen für die Komponenten nach den vier Achsen zusammen, wobei die vierte, weil von vornherein beide genannten Vektoren normal zum Bewegungsvektor sind, sich als eine Folge der drei ersten ansehen läßt. Nach der obigen Bedeutung von T stellt die vierte zweifellos den Energiesatz dar. Als kinetische Energie des Massenpunktes ist daher das c^2-fache der Komponente des Impulsvektors nach der t-Achse zu definieren. Der Ausdruck hierfür ist

$$mc^2 dt/d\tau = mc^2 \sqrt{1 - \frac{c^2}{v^2}},$$

d. i. nach Abzug der additiven Konstante mc^2 der Ausdruck $\frac{1}{2}mv^2$ der Newtonschen Mechanik bis auf Größen von der Ordnung $1/c^2$. Sehr anschaulich erscheint hierbei die Abhängigkeit der Energie vom Bezugsysteme. Da nun aber die t-Achse in die Richtung jedes zeitartigen Vektors gelegt werden kann, so enthält andererseits der Energiesatz, für jedes mögliche Bezugsystem gebildet, bereits das ganze Sysem der Bewegungsgleichungen. Diese Tatsache behält bei dem erörterten Grenzübergang zu $c = \infty$ ihre Bedeutung für den axiomatischen Aufbau der Newtonschen Mechanik und ist in solchem Sinne hier bereits von Herrn J. R. Schütz[1]) wahrgenommen worden.

Man kann von vornherein das Verhältnis von Längeneinheit und Zeiteinheit derart festlegen, daß die natürliche Geschwindigkeitsschranke $c = 1$ wird. Führt man dann noch $t \cdot \sqrt{-1} = s$ an Stelle von t ein, so erscheint der quadratische Differentialausdruck für $d\tau^2$ völlig symmetrisch in x, y, z, s und diese Symmetrie überträgt sich auf den mathematischen Ausdruck eines jeden Gesetzes, das dem Weltpostulate nicht widerspricht. Man kann danach das Wesen dieses Postulats mathematisch sehr prägnant in die mystische Formel kleiden: $3 \cdot 10^5\,\mathrm{km} = \sqrt{-1}\,\mathrm{sec}$.

V.

Die durch das Weltpostulat geschaffenen Vorteile werden vielleicht durch nichts so schlagend belegt wie durch Angabe der von einer beliebig bewegten punktförmigen Ladung nach der Maxwell-Lorentzschen Theorie ausgehenden Wirkungen. Denken wir uns die Weltlinie eines solchen punktförmigen Elektrons mit einer Ladung e und führen auf der Linie die Eigenzeit τ von irgendeinem Anfangspunkte ein. Um das vom Elektron in einem beliebigen Weltpunkte P_1 veranlaßte Feld zu haben, konstruieren wir den zu P_1 gehörigen Vorkegel. Dieser trifft die unbegrenzte Weltlinie des Elektrons, da deren Richtungen überall die von zeitartigen Vektoren sind, offenbar in einem einzigen Punkte P (Fig. 4). Wir legen in P die Tangente an die Weltlinie und konstruieren durch P_1 die

1) M. Planck, Zur Dynamik bewegter Systeme. Berl. Ber. 1907, S. 542 (auch Ann. d. Phys. **26**, 1, 1908).
2) H. Minkowski, Die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern. Gött. Nachr. 1908, S. 53.
3) H. Minkowski, a. a. O., S. 107. — Vgl. auch M. Planck, Verh. d. Physik. Ges. **4**, 136, 1906.

1) J. R. Schütz, Prinzip der absoluten Erhaltung der Energie. Gött. Nachr. 1897, S. 110.

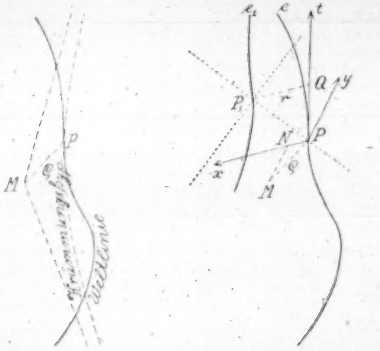


Fig. 3.

Fig. 4.

normale P_1Q auf diese Tangente. Der Betrag von P_1Q sei r. Als Betrag von PQ ist nach der Definition des Vorkegels dann r/c zu rechnen. Nun stellt der Vektor in Richtung PQ vom Betrage e/r in seinen Komponenten nach den x-, y-, z-Achsen das mit c multiplizierte Vektorpotential, in der Komponente nach der t-Achse das skalare Potential des vom Elektron erregten Feldes im Weltpunkte P_1 vor. Hierin liegt das von A. Liénard[1]) und von E. Wiechert[2]) aufgestellte Elementargesetz.

Bei der Beschreibung des vom Elektron hervorgerufenen Feldes selbst tritt sodann hervor, daß die Scheidung des Feldes in elektrische und magnetische Kraft eine relative ist mit Rücksicht auf die zugrunde gelegte Zeitachse. Am übersichtlichsten sind beide Kräfte zusammen zu beschreiben in einer gewissen, wenn auch nicht völligen Analogie zu einer Kraftschraube aus der Mechanik.

Ich will jetzt die von einer beliebig bewegten punktförmigen Ladung auf eine andere beliebig bewegte punktförmige Ladung ausgeübte ponderomotorische Wirkung angeben. Denken wir uns durch den Weltpunkt P_1 die Weltlinie eines zweiten punktförmigen Elektrons von der Ladung e_1 führend. Wir bestimmen P, Q, r wie vorhin, konstruieren sodann den Mittelpunkt M der Krümmungshyperbel in P, endlich die Normale MN von M aus auf eine durch P parallel zu QP_1 gedachte Gerade. Wir legen nun, mit P als Anfangspunkt, ein Bezugssystem folgendermaßen fest, die t-Achse in die Richtung PQ, die x-Achse in die Richtung QP_1, die y-Achse in die Richtung MN, wodurch schließlich auch die Richtung der z-Achse als normal zu den t-, x-, y-Achsen bestimmt ist. Der Beschleunigungsvektor in P sei $\ddot{x}$, $\ddot{y}$, $\ddot{z}$, $\ddot{t}$, der Bewegungsvektor in P_1 sei x_1, y_1, z_1, t_1. Jetzt lautet der von dem ersten beliebig bewegten Elektron auf das zweite beliebig bewegte Elektron im Weltpunkte P_1 ausgeübte bewegende Kraftvektor:

$$-ee_1\left(\dot{t}_1-\frac{\dot{x}_1}{c}\right)\mathfrak{R},$$

wobei für die Komponenten $\mathfrak{R}_x$, $\mathfrak{R}_y$, $\mathfrak{R}_z$, $\mathfrak{R}_t$ des Vektors $\mathfrak{R}$ die drei Relationen bestehen

$$c\,\mathfrak{R}_t-\mathfrak{R}_x=\frac{1}{r^2},\qquad \mathfrak{R}_y=\frac{\ddot{y}}{c^2r},\qquad \mathfrak{R}_z=0$$

und viertens dieser Vektor $\mathfrak{R}$ normal zum Bewegungsvektor in P_1 ist und durch diesen Umstand allein in Abhängigkeit von dem letzteren Bewegungsvektor steht.

Vergleicht man mit dieser Aussage die bisherigen Formulierungen[1]) des nämlichen Elementargesetzes für die ponderomotorische Wirkung bewegter punktförmiger Ladungen aufeinander, so wird man nicht umhin können zuzugeben, daß die hier in Betracht kommenden Verhältnisse ihr inneres Wesen voller Einfachheit erst in vier Dimensionen enthüllen, auf einen von vornherein aufgezwungenen dreidimensionalen Raum aber nur eine äußerst komplizierte Projektion werfen. —

In der dem Relativitätspostulate gemäß reformierten Mechanik fallen die Disharmonien, die zwischen der Newtonschen Mechanik und der neueren Elektrodynamik gestört haben, von selbst aus. Ich will noch die Stellung des Newtonschen Attraktionsgesetzes zu diesem Postulate berühren. Ich will annehmen, wenn zwei Massenpunkte m, m_1 ihre Weltlinien beschreiben, werde von m auf m_1 ein bewegender Kraftvektor ausgeübt genau von dem soeben im Falle von Elektronen angegebenen Ausdruck, nur daß statt $-ee_1$ dort jetzt $+mm_1$ stehen soll. Wir betrachten nun speziell den Fall, daß der Beschleunigungsvektor von m konstant Null ist, wobei wir dann t so einführen mögen, daß m als ruhend aufzufassen ist; die Bewegung von m_1 ferner erfolge allein mit jenem von m herrührenden Kraftvektor. Modifizieren wir nun diesen angegebenen Vektor zunächst durch Division mit t_1, welcher Faktor bis auf Größen von der Ordnung $1/c^2$ auf 1 hinauskommt, so zeigt sich[2]), daß alsdann für die Orte x_1, y_1, z_1 von m_1 und ihren zeitlichen Verlauf genau wieder

1) A. Liénard, L'Éclairage électrique **16**, 5, 53, 106, 1898.
2) E. Wiechert, Arch. néerl. (2) **5**, 549, 1900.

1) K. Schwarzschild, Göttinger Nachr. 1903, S. 132; H. A. Lorentz, Enzykl. d. math. Wissensch., Art. V, **14**, 199.
2) H. Minkowski, a. a. O., S. 110.

die Keplerschen Gesetze folgen würden, nur mit dem Unterschiede, daß darin an Stelle der Zeiten t_1 die Eigenzeiten τ_1 von m_1 eingehen würden. Auf Grund dieser einfachen Bemerkung ist dann alsbald einzusehen, daß das vorgeschlagene Anziehungsgesetz, verknüpft mit der neuen Mechanik, nicht weniger gut geeignet ist, die astronomischen Beobachtungen zu erklären, wie das Newtonsche Anziehungsgesetz verbunden mit der Newtonschen Mechanik.

Auch die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in ponderablen Körpern fügen sich durchaus dem Relativitätspostulate. Sogar die von Lorentz gelehrte Ableitung dieser Gleichungen auf Grund von Vorstellungen der Elektronentheorie braucht hierbei keineswegs aufgegeben zu werden, wie ich anderwärts zeigen werde.

Die ausnahmslose Gültigkeit des Relativitätspostulats ist, so möchte ich glauben, der wahre Kern eines elektromagnetischen Weltbildes, der von Lorentz getroffen, von Einstein weiter herausgeschält, nachgerade vollends am Tage liegt. Bei der Fortbildung der mathematischen Konsequenzen werden sich genug Hinweise auf experimentelle Verifikationen des Postulats einfinden, um auch diejenigen, denen eine Änderung altgewohnter Anschauungen unsympathisch oder schmerzlich ist, durch den Gedanken an eine prästabilierte Harmonie zwischen der reinen Mathematik und der Physik auszusöhnen.

(Eingegangen 23. Dezember 1908.)

BESPRECHUNGEN.

E. König, Kant und die Naturwissenschaft. (Die Wissenschaft. Heft 22.) 8. VI u. 232 S. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn. 1907. Gebunden M. 7.—

Die naturphilosophischen Studien der letzten Jahrzehnte kennzeichnet bekanntlich ein starkes Betonen des Empirismus und damit in Verbindung eine entschiedene Gegnerschaft zu dem Standpunkte Kants. Helmholtz und in neuerer Zeit Mach und Ostwald bilden den Mittelpunkt derselben. Das Eintreten von seiten der Vitalisten (wie z. B. Driesch) für den Apriorismus des Königsberger Denkers mußte den Riß eher erweitern, als ihn überbrücken.

Der Verfasser der vorliegenden Schrift sucht nun die Suprematie Kants auf dem Gebiete der Naturphilosophie und Erkenntnistheorie wiederum zu befestigen, und zwar, wie ihm zuzugestehen ist, mit großer Klarheit und erheblicher Schärfe der Beweisführung. — Die Anschauungen Kants stünden mit den Resultaten moderner Forschung keineswegs in Widerspruch, speziell seine „metaphysischen Anfangsgründe der Naturwissenschaften" hätten überhaupt mit Metaphysik im landläufigen Sinne nichts zu tun. Kant sei eben nicht völlig richtig verstanden worden; so soll der Apriorismus nicht die Erfahrung ausschließen, sondern er sei als die „Bedingung der Möglichkeit aller Erfahrung" aufzufassen. — Der Verfasser unterzieht daher das alte Raumproblem und die Einsprüche der modernen Empiristen gegen dasselbe einer erneuten kritischen Untersuchung. — Ebenso tritt er in eine Erörterung der Grundfrage nach dem „Zweckbegriff" bei Kant und sucht damit dessen Stellung zu biologischen und psychophysischen Problemen zu fixieren. Indem König dabei die Ausführungen Hartmanns widerlegt, welcher die Finalität den Kategorien zuzuweisen geneigt ist, kommt er zu dem Resultat, „daß in der allgemeinen Biologie das Prinzip einer Bestimmung nach Zwecken, die neben der kausalen einherginge oder ihr übergeordnet wäre, keine Existenzberechtigung habe".

Das Buch scheint mehr als irgendein anderes der in den letzten Jahren zahlreich erschienenen Publikationen dazu geeignet, den Naturforscher und Mathematiker über den gegenwärtigen Standpunkt der Naturphilosophie und Erkenntnistheorie zu orientieren. Behrendsen.

A. Ladenburg, Naturwissenschaftliche Vorträge in gemeinverständlicher Darstellung. gr. 8. 264 S. Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft. 1908. M. 9.—, gebund. M. 10.—.

Albert Ladenburg gibt in diesem Buche eine Reihe von Vorträgen, die er gelegentlich gehalten hat, in allgemein faßlicher Form heraus, um dem Laien einen Einblick in verschiedene Gebiete der Chemie zu verschaffen. Folgende Themen werden behandelt:

Die Fundamentalbegriffe der Chemie, die chemische Konstitution der Materie, Beziehungen zwischen den Atomgewichten und den Eigenschaften der Elemente, Stereochemie, die Aggregatzustände und ihr Zusammenhang, die 4 Elemente des Aristoteles, die Spektralanalyse und ihre kosmischen Konsequenzen, das Ozon, das Zeitalter der organischen Chemie und das Radium. Die Vorträge werden durch Zeichnungen und Tabellen anschaulich ergänzt. Der Laie und auch der Physiker, der sich nicht viel mit Chemie beschäftigt hat, wird hier auf an-

genehme und, wie es bei dem Autor selbstverständlich ist, durchaus korrekte Weise allerlei chemische Kenntnisse erwerben, bzw. sie in mancher Beziehung auffrischen und ergänzen können. Am Schlusse ist noch der vielumstrittene Kasseler Vortrag Ladenburgs über den „Einfluß der Naturwissenschaften auf die Weltanschauung" samt einem neuen Epilog abgedruckt. K. Jellinek.

Svante Arrhenius, Das Werden der Welten. Aus dem Schwedischen übersetzt von L. Bamberger. gr. 8. VI u. 208 S. Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft. 1908. M. 5.—, gebunden M. 6.—

Svante Arrhenius, Die Vorstellung vom Weltgebäude im Wandel der Zeiten. (Das Werden der Welten. Neue Folge.) Aus dem Schwedischen übersetzt von L. Bamberger. gr. 8. XI u. 191 S. mit 28 Abbildungen. Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft. 1908. M. 5.—, gebunden M. 6.—.

Wir haben in dem Werden der Welten eine Reihe Essais über verschiedene Gegenstände der kosmischen Physik vor uns, die in ihrer Gesamtheit eine Art Kosmogonie bilden sollen. Von der Konstitution der Erde, ihrer Vorgeschichte angefangen bis zu den Nebelflecken als der wahrscheinlichen Urform der Weltsysteme werden eine Reihe kosmogonischer Probleme in allgemeinverständlicher Form vor uns aufgerollt. Zweifellos enthält das Buch eine Reihe origineller Gedanken, der Leser darf aber nicht vergessen, daß es sich oft genug um Spekulationen handelt, die zuweilen auf recht schwachen Füßen stehen. Beispielsweise sind im ersten Abschnitte die Ausführungen über das Erdinnere nicht im Einklang mit modernen wohlbegründeten Anschauungen, desgl. wird dem Strahlungsdruck im Kosmos wohl eine zu große Bedeutung beigemessen, obgleich die hierauf basierenden Ausführungen über die Panspermie des Weltalls nicht ohne allgemeineres Interesse sind. Als Fortsetzung des „Werdens der Welten" ist das zweite Buch gedacht, das uns Gelegenheit gibt, die universelle Gewandtheit des Verfassers zu bewundern. Die geschichtliche Entwicklung kosmogonischer Theorien, die im Kindesalter der Menschheit als Schöpfungssagen auftreten, bei Kulturvölkern mehr den Charakter philosophischer Spekulationen annehmen, bis zu den modernen Anschauungen vom Werden der Welten finden eine ausgezeichnete, lebendig geschriebene Darstellung. Aber auch hier sind, besonders in den letzten Abschnitten, Hypothesen nicht stark genug als solche gekennzeichnet. Dies scheint mir nicht unbedenklich zu sein in Büchern, die für Laien bestimmt sind, weil gerade hierdurch falsche Vorstellungen von den Ergebnissen wissenschaftlicher Forschung erweckt werden können. Die Ausstattung beider Bücher läßt nichts zu wünschen übrig. E. Przybyllok.

Berichtigung.

Zu meiner Arbeit „Über Funkenpotentiale usw." in dieser Zeitschr. **9**, 835, 1908, bemerke ich berichtigend, daß Herr Heydweiller nicht, wie auf S. 844 im vorletzten Absatz angegeben, behauptet hat, eine Unterteilung der Funkenstrecke könne das Funkenpotential nur unwesentlich beeinflussen. Vielmehr hat Herr Heydweiller nur gesagt, das Entladungspotential werde durch Unterteilung wahrscheinlich nicht sehr erheblich vergrößert, wie ich auch auf S. 835 im ersten Absatz richtig zitiert habe. Diese Angabe wird durch meine Untersuchung nur bestätigt. P. Nordmeyer.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Berlin Dr. Otto von Baeyer für Physik, an der Universität Kiel Dr. Hermann Zahn für Physik, an der Universität Heidelberg Dr. Ernst Muckermann für Chemie, am Friedrichs-Polytechnikum in Köthen Dr. Hans John für Schwachstromtechnik und Meßkunde, am Eidgenössischen Polytechnikum in Zürich Dr. Kienast für Mechanik und Mathematik.

Ernannt: Wilhelm Morgan-London zum Professor für Automobiltechnik an der Technischen Schule in Bristol, der Astronom am Lick Observatory in Mount Hamilton Ca. Professor Charles Dillon Perrine zum Direktor des Observatorio Nacional Argentino in Córdoba, der Assistent am Erdmagnetischen Observatorium (Sternwarte) in München Dr. C. W. Lutz zum Kustos an diesem Institut, der Dozent Dr. Zdislaus Krygoroski zum a. o. Professor der Mathematik an der Technischen Hochschule Lemberg.

Verliehen: Dem Privatdozenten für Meteorologie an der Universität Berlin Dr. Emil Leß der Titel Professor, dem ord. Professor der Physik an der Universität Bonn Dr. Heinrich Kayser der Charakter als Geheimer Regierungsrat.

Auszeichnungen: Die Royal Society in London verlieh dem Professor der Physik in Berlin Dr. Eugen Goldstein die Hughes-Medaille und dem Professor der Physik in Leiden Dr. H. A. Lorentz die Rumford-Medaille.

Gestorben: Der Vorsteher des Meteorologisch-magnetischen Observatoriums in Potsdam Professor Dr. Adolf Sprung, der frühere ord. Professor der Chemie an der Technischen Hochschule in München Dr. Emil Erlenmeyer.

Gesuche.

Physiker, Dr. phil.,

geprüfter Mathematiker, **sucht** Stellung. Gefällige Offerte unter **S. H. # 288** an die Expedition dieser Zeitschrift.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Emil Bose in Oliva bei Danzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Fig. 1.

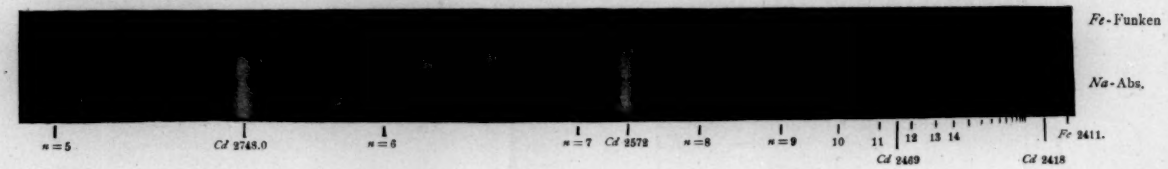
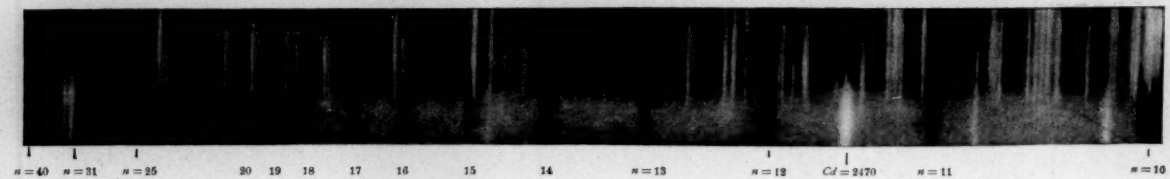


Fig. 2.



Oben: *Fe*-Spektrum. Unten: *Na*-Absorption.

Bibliothek Siegen

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.